

**ENERGETSKI EFIKASAN
ELEKTROMOTORNI POGON
SA VIŠEFAZNIM MOTOROM
($n > 3$)**

VIŠEFAZNI MOTORI U **REGULISANIM** **ELEKTROMOTORNIM POGONIMA**

- Koncept regulisanih elektromotornih pogona sa višefaznim mašinama ($n > 3$) je objavljen krajem 60-ih godina prošlog veka, da bi prvi put počeo ozbiljno da se razmatra za primenu u različitim aplikacijama tek 30 godina kasnije.
- Ove aplikacije se odnose na:
 - električne brodove,
 - električnu vuču
 - električna i hibridna vozila
 - “više električne” avione,
 - industrijske aplikacije velikih snaga i
 - generisanje energije iz obnovljivih izvora.
- Višefazne mašine su privukle veliku pažnju naučne zajednice i podstakle razvoj: različitih pristupa projektovanju višefaznih mašina i višefaznih invertora iz kojih moraju da se napajaju ove mašine, kao i mnogobrojnih upravljačkih strategija.

VIŠEFAZNI MOTORI U REGULISANIM ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

- Moderni regulisani pogoni se uvek napajaju iz energetskih pretvarača, tako da ako en. pretvarač posmatramo kao uređaj koji se nalazi između trofazne mreže i mašine, ne postoji ograničenje broja faza električne mašine. I pored ove činjenice, očekuje se ipak da će se zadržati primena višefaznih mašina u specijalnim aplikacijama, kada se iz nekih razloga primenom trofaznih mašina ne ostvaruju potrebni rezultati.
- Osnovna prednost višefaznih mašina (asinhronih i sinhronih) se ogleda u tome što imaju bolje ponašanje u slučaju kvara i mogućnost da se snaga motora podeli na više faza - na taj način se ostvaruje manje strujno opterećenje svake grane invertora.
- Tipovi višefaznih mašina su isti kao i u slučaju trofaznih:
 - Asinhrona mašine
 - Sinhrona mašine sa namotajem za jednosmernu struju na rotoru, sa permanentnim magnetima na rotoru i reluktantnog tipa.
- Statorski namotaj se najčešće projektuje kao raspodeljen namotaj sa ciljem da generiše što približnije sinusoidalnu raspodelu MPS u zazoru mašine (zbog čega mora postojati više od jednog žleba po polu i po fazi u slučaju višefazne mašine – što postaje problem kada broj faza raste). Takođe, statorski namotaj može biti realizovan tako da stvara i kvazi pravougaonu raspodelu MPS u zazoru. Stator može biti sa raspodeljenim, ili koncentrisanim namotajem.

VIŠEFAZNI MOTORI U REGULISANIM ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

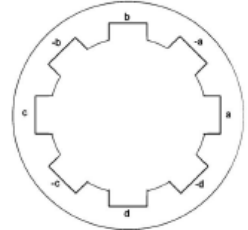
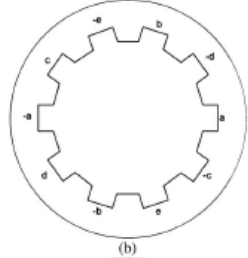
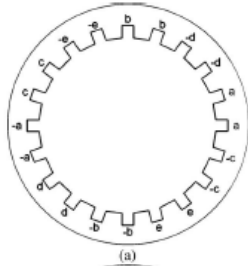


Fig. 1. Illustration of stator windings in multiphase machines: (a) sinusoidally distributed winding (two-pole, five-phase), (b) concentrated winding (two-pole, five-phase), and (c) modular design (four-phase; cross section and an actual stator [170] are shown; photograph provided courtesy of B. C. Mcrow of University of Newcastle upon Tyne, U.K.).

- Postoji jaka magnetna sprega između statorskih faznih namotaja. Da bi se ovaj efekat umanjio napravljen je pokušaj modularnog dizajna, kao što je prikazano na slici.

- Namotaj statora za n -faznu mašinu može biti projektovan tako da susedni namotaji budu fazno pomereni za $\alpha = 2\pi / n$ i na taj način nastaju simetrične višefazne mašine (ovo je uvek tako u slučaju neparnog broja faza, koji je ujedno i prost broj).

- U slučaju parnog broja faza, ili neparnog koji nije prost, namotaj se može izvesti i kao nesimetričan sa a podfaza,

$$n = a \cdot k, \quad a = 3, \text{ nekada i } 5, \quad k = 2, 3, 4, 5, \dots$$

-tako da su prve faze u dva sistema pomerene za $\alpha = \pi / n$ (primer 6 fazni asimetrični namotaj, $a=3, k=2, \alpha=30^\circ$).

- Kod asimetričnih mašina postoji k zvezdišta, koja su obično izolovana.

VIŠEFAZNI MOTORI U REGULISANIM ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

- Neke prednosti višefaznih mašina sa sinusoidalnom raspodelom namotaja su:
 - Osnovni harmonik struje statora proizvodi polje sa manjim sadržajem prostornih harmonika
 - Učestanost najnižeg harmonika u riplu momenta je proporcionalna $2n$ i raste sa brojem faza, a amplituda opada
 - Kako su samo dve struje potrebne za upravljanje momentom/fluksom višefazne mašine bez obzira na broj faza, preostali broj faza se može iskoristiti u različite svrhe, kao što je npr. nezavisno upravljanje višemotornim višefaznim pogonom iz jednog višefaznog invertora.
- Posledica manjeg harmonijskog sadržaja je manja buka i veća efikasnost u odnosu na trofaznu mašinu.
- U slučaju višefazne mašine sa koncentrisanim namotajem postoji mogućnost da se proizvede veći momenat injektovanjem harmonijskih komponenti struje kroz statorski namotaj (u slučaju da mašina ima n faza, svi neparni harmonici struje od 1. do n -tog mogu da se iskoriste da doprinesu momentu, sprežanjem sa odgovarajućim prostornim harmonikom MPS-e). Ovo je moguće kod svake višefazne mašine sa neparnim brojem faza i samo kod asimetrične 6-fazne mašine sa jednim zvezdištem. To je jedna od mogućnosti da se iskoriste dodatni stepeni slobode koji su posledica činjenice da su za generisanje momenta potrebne samo dve struje.

VIŠEFAZNI MOTORI U REGULISANIM ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

- Svi višefazni pogoni imaju sledeće zajedničke karakteristike:
 - Za datu izlaznu snagu mašine, upotreba više od tri faze omogućava raspodelu snage na veći broj grana višefaznog invertora, što dalje omogućava upotrebu poluprovodničkih prekidača za manju struju (tj. za manju snagu)
 - Zbog većeg broja faza, višefazne mašine imaju redundantnost i bolje ponašanje u slučaju kvara, jer se nezavisno upravljanje fluksom i momentom postiže nezavisnim upravljanjem dvema komponentama struje. Ovo nije izvodljivo u slučaju trofaznih mašina ukoliko dođe do prekida jedne faze, ali ne predstavlja problem kod višefaznih mašina, sve dok nije više od $n-3$ faza u kvaru.
- Može se zaključiti da u slučaju n -fazne mašine, gde je n neparan i prost broj, i uz pretpostavku da mašina ima jedno izolovano zvezdište (statorski namotaj vezan u zvezdu), postoji $n-3$ dodatnih stepena slobode, koji se mogu iskoristiti za različitu namenu, kao što je prikazano u sledećoj tabeli:

	Dodatni stepeni slobode		
Tip statorskog namotaja	Manja osetljivost na kvar	Povećanje momenta injektovanjem viših harmonika struje statora	Napajanje višemotornog pogona iz jednog invertora
Sinusoidalno raspodeljen	Da	Ne	Da
Koncentrisani	Da	Da	Ne
Modularni dizajn	Da	Moguće, ako postoji kvazi pravougaona prostorna raspodela fluksa u mašini	Ne

Zaključak:

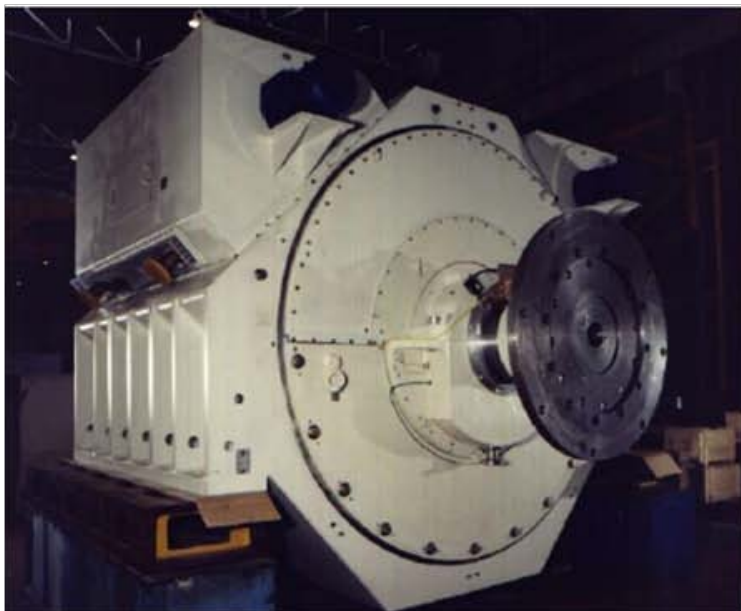
- Glavne prednosti višefaznih mašina u odnosu na trofazne:
 - ✓ veća gustina momenta
 - ✓ smanjene pulsacije momenta
 - ✓ manja osetljivost na kvar
 - ✓ smanjenje nominalnog opterećenja po grani invertora, a u skladu sa tim jednostavnija i pouzdanija oprema za napajanje
 - ✓ bolje karakteristike po pitanju buke
 - ✓ redukcija harmonika magnetnog fluksa
 - ✓ veća energetska efikasnost
- Glavni nedostaci višefaznih mašina u odnosu na trofazne:
 - ✓ Pošto nemaju razvijenu serijsku proizvodnju, za njihovu konstrukciju i proizvodnju potrebna su veća finansijska ulaganja.
 - ✓ Takođe, zbog nemogućnosti da se direktno napajaju iz mreže, zahtevaju skupe energetske pretvarače, koji takođe nisu u toj meri dostupni kao za trofazne pogone. Jedino, u slučaju kada je broj faza jednak umnošku broja tri, postoji mogućnost realizacije višefaznog napajanja iz mreže pomoću energetskog transformatora, ali i u tom slučaju su potrebna značajna finansijska sredstva.
 - ✓ Upotreba je ograničena samo na specijalne slučajeve gde trofazni pogoni, iz nekog razloga, ne zadovoljavaju potrebne uslove ili gde ni za trofazne pogone nije razvijena serijska proizvodnja.



Devetofazni elektromotorni pogon za vučne aplikacije: Hyundai pogon za visokobrzinske liftove: (levo): 1,1 MW sinhroni motor sa permanentnim magnetima, (desno) Energetski pretvarač: back-to back inverter sa IGBT modulima



Dvanaestofazni elektromotorni pogon za primenu u vetroelektranama: Gamesa G10 5MW: (levo) Mašina: 5MW sinhroni generator sa permanentnim magnetima, (desno) Energetski pretvarač: 4 back-to back invertora sa IGBT modulima



Petnaestofazni elektromotorni pogon za električne brodove: General Electric, Type 45 i QEC: (levo) Mašina: 20MW asinhroni motor, (desno) Energetski pretvarač: 3 H mosta sa IGBT modulima

MODELOVANJE VIŠEFAZNIH MAŠINA

- Principi matematičkog modelovanja višefaznih mašina razvijeni su u prvoj polovini dvadesetog veka. Oni uključuju nekoliko različitih matematičkih transformacija koje zamenjuju originalne fazne promenljive (napone, struje, flukseve) nekim novim fiktivnim promenljivim veličinama (varijablama). Glavni cilj tih transformacija je pojednostavljenje sistema dinamičkih jednačina koji opisuju višefazne mašine. U procesu transformacije modela uobičajeno se koriste matrice.
- Nešto drugačiji i danas vrlo popularan pristup koristi prostorne vektore i proizilazi iz Fortescue-ove transformacije simetričnih komponenti. Njegova prednost, u odnosu na matrični metod je kompaktnija forma rezultujućeg modela, koju je lakše povezati sa fizičkim procesima u mašini.
- Kada se koriste matematičke transformacije, broj promenljivih pre i posle transformacije mora da ostane isti.
- Ako mašina ima sinusoidalnu raspodelu magnetnog polja u zazoru, mogu se primeniti standardne metode za modelovanje kao i u slučaju trofaznih mašina. Klarkinom transformacijom se dobija skup od n jednačina u kome je prvi par koji se odnosi na $\alpha\beta$ komponente isti kao i u trofaznom sistemu, dok poslednja jednačina predstavlja nultu fazu u slučaju neparnog broja faza, a poslednje dve u slučaju parnog broja faza. Ostale jednačine $(n-3)$ u neparnom, ili $(n-4)$ u parnom slučaju broja faza predstavljaju nove jednačine sa novim varijablama, koje se obeležavaju najčešće kao $x-y$. Ako se mašina napaja iz idealnog prostoperiodičnog izvora i stvara isto takvo magnetno polje, $x-y$ komponente napona su jednake 0 i takođe ne postoje ni $x-y$ struje statora.

MODELOVANJE VIŠEFAZNIH MAŠINA

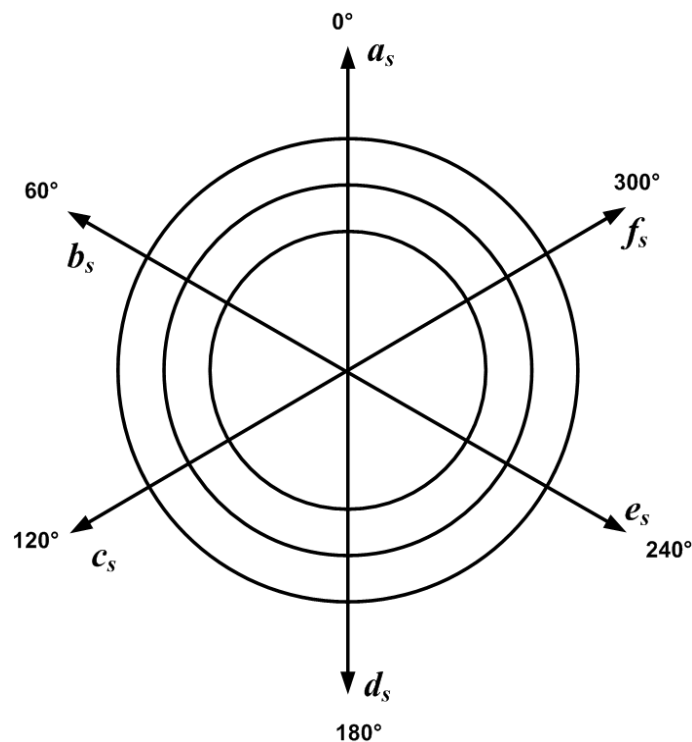
- Pri modelovanju višefaznih mašina za naizmeničnu struju često se uvode brojne pojednostavljjuće pretpostavke.
- Jedna od njih je pretpostavka da su svi pojedinačni fazni namotaji identični i da je višefazni namotaj simetričan. To znači da je prostorni pomeraj između magnetnih osa bilo koje dve susedne faze jednak tačno $\alpha=2\pi/n$ električnih stepeni.
- Osim toga, namotaj je raspodeljen po obimu statora (kao i rotora) i dizajniran je tako da magnetopobudna sila (MPS), a stoga i fluks, ima raspodelu po vazdušnom zazoru koja se može smatrati sinusoidalnom. To znači da su svi prostorni harmonici magnetopobudne sile, osim osnovnog, zanemareni.
- Dalje, uticaj nesavršenog postavljanja žlebova statora i rotora je zanemaren, tako da se vazdušni zazor smatra ravnomernim u mašinama sa kružnim poprečnim presekom i statora i rotora (to je slučaj kod asinhronih mašina i kod određenih tipova sinhronih mašina). Ako je namotaj na rotoru kaveznog tipa (što i jeste slučaj kod najvećeg broja asinhronih mašina i kod nekih tipova sinhronih mašina), šipke takvog namotaja su raspoređene tako da magnetopobudna sila ovog namotaja ima isti broj pari polova kao i statorski namotaj i može se smatrati da kompletan namotaj ima isti broj faza kao i statorski namotaj .
- Otpornosti statorskog i rotorskog namotaja se smatraju konstantnim (varijacije usled promene temperature i frekvencije usled skin efekta, mogu se zanemariti).
- Induktivnost rasipanja se takođe smatra konstantnom, tako da se zasićenje usled fluksa rasipanja i varijacija induktivnosti rasipanja usled promene frekvencije zanemaruju.

MODELOVANJE VIŠEFAZNIH MAŠINA

- Nelinearnost feromagnetnog materijala je zanemarena, tako da se karakteristika magnećenja smatra linearnom. Zbog toga se induktivnost magnećenja smatra konstantnom.
- Gubici u feromagnetnom materijalu usled histerezisa i vihornih struja su zanemareni, kao i sve parazitne kapacitivnosti.
- Navedene pretpostavke omogućavaju formulaciju matematičkog modela višefazne mašine u kome figurišu promenljive veličine po fazi. Od posebnog značaja je pretpostavka o sinusoidalnoj raspodeli magnetopobudne sile, koja kombinovana sa pretpostavkom o linearnosti feromagnetnog materijala, dovodi do konstantnih induktivnosti višefaznog, i statorskog i rotorskog namotaja, u svim mašinama sa ravnomernim vazdušnim zazorom.
- Međutim, u mašinama sa neravnomernim vazdušnim zazorom induktivnosti višefaznih namotaja se određuju na kompleksniji način.
- Postupak modelovanja biće prikazan za mašinu sa ravnomernim vazdušnim zazorom. Dobijeni dinamički modeli asinhronne mašine lako mogu biti prilagođeni raznim tipovima sinhronih mašina. Usvaja se da je pozitivan smer struje od izvora napajanja ka mašini. Broj šipki na rotoru (odnosno faza) je, radi jednostavnosti, uzet da je jednak broju faza na statoru (n).
- Analizira se model šestofaznog asinhronog motora ($n=6$) u originalnom faznom, kao i u transformisanom domenu. Takođe će se analizirati prednosti jednog modela u odnosu na drugi.
- Biće predstavljeno i modelovanje asimetrično namotanog asinhronog motora (AM-a) (takođe, u oba domena).

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Faze statora i rotora su označene indeksima od a do f prema prostornom rasporedu namotaja.
- Takođe, statorske veličine imaju indeks s, a rotorske r.



Poprečni presek šestofaznog asinhronog motora sa magnetnim osama statorskog namotaja

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Pretpostavlja se da su fazni namotaji vezani u zvezdu sa jednom izolovanom neutralnom tačkom. Pošto svi namotaji (i statorski i rotorski) imaju i otpornost i induktivnost, jednačina naponske ravnoteže bilo koje faze ima isti oblik, $v= Ri+d\psi/dt$.
- Ovde je sa v označena trenutna vrednost faznog napona, sa i trenutna vrednost fazne struje, i sa ψ trenutna vrednost faznog fluksa, dok je sa R označena otpornost faznog namotaja. Pošto ima šest faza na statoru, i na rotoru, jednačine naponske ravnoteže se mogu napisati u kompaktnom matričnom obliku, odvojeno za stator i rotor, kao:

$$\begin{aligned} [v_s] &= [R_s][i_s] + \frac{d[\psi_s]}{dt} \\ [v_r] &= [R_r][i_r] + \frac{d[\psi_r]}{dt} \end{aligned}$$

gde su naponi, struje i fluksevi vektori definisani kao:

$$\begin{aligned} [v_s] &= [v_{as} \quad v_{bs} \quad v_{cs} \quad v_{ds} \quad v_{es} \quad v_{fs}]^t & [v_r] &= [v_{ar} \quad v_{br} \quad v_{cr} \quad v_{dr} \quad v_{er} \quad v_{fr}]^t \\ [i_s] &= [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs} \quad i_{ds} \quad i_{es} \quad i_{fs}]^t & [i_r] &= [i_{ar} \quad i_{br} \quad i_{cr} \quad i_{dr} \quad i_{er} \quad i_{fr}]^t \\ [\psi_s] &= [\psi_{as} \quad \psi_{bs} \quad \psi_{cs} \quad \psi_{ds} \quad \psi_{es} \quad \psi_{fs}]^t & [\psi_r] &= [\psi_{ar} \quad \psi_{br} \quad \psi_{cr} \quad \psi_{dr} \quad \psi_{er} \quad \psi_{fr}]^t \end{aligned}$$

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- R_s i R_r su dijagonalne matrice dimenzija 6×6 :

$$[R_s] = \text{diag}(R_s)$$

$$[R_r] = \text{diag}(R_r)$$

-Pretpostavljeno je da je rotor kaveznog tipa, što znači da su namotaji kratko-spojeni. Iz tog razloga su naponi rotora u prethodnim jednačinama jednaki nuli.

Naravno, ukoliko je namotan rotor i može se pristupiti njegovim namotajima, naponi rotora mogu biti različiti od nule ako se priključi neko napajanje.

-Relacije koje povezuju statorsche i rotorske struje sa statorskim i rotorskim fluksevima takođe se mogu izraziti u matričnom obliku kao

$$[\psi_s] = [L_s][i_s] + [L_{sr}][i_r] \quad [L_{rs}] = [L_{sr}]^t$$

gde je:

$$[\psi_r] = [L_r][i_r] + [L_{rs}][i_s]$$

$[L_s]$ - Matrica induktivnosti statorskog namotaja

$[L_r]$ - Matrica induktivnosti rotorskog namotaja

$[L_{sr}]$ - Matrica međusobnih induktivnosti statorskog ka rotorskom namotaju

$[L_{rs}]$ - Matrica međusobnih induktivnosti rotorskog ka statorskom namotaju

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

-Zbog pretpostavke da su stator i rotor savršenog cilindričnog oblika i da su im parametri konstantni, svi koeficijenti u matricama induktivnosti statora i rotora su konstantni:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_{aas} & L_{abs} & L_{acs} & L_{ads} & L_{aes} & L_{afs} \\ L_{bas} & L_{bbs} & L_{bcs} & L_{bds} & L_{bes} & L_{bfs} \\ L_{cas} & L_{cbs} & L_{ccs} & L_{cds} & L_{ces} & L_{cfs} \\ L_{das} & L_{dbs} & L_{dcs} & L_{dds} & L_{des} & L_{dfs} \\ L_{eas} & L_{ebs} & L_{ecs} & L_{eds} & L_{ees} & L_{efs} \\ L_{fas} & L_{fbs} & L_{fcs} & L_{fds} & L_{fes} & L_{ffs} \end{bmatrix}$$

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_{aar} & L_{abr} & L_{acr} & L_{adr} & L_{aer} & L_{afr} \\ L_{bar} & L_{bbr} & L_{bcr} & L_{bdr} & L_{ber} & L_{bfr} \\ L_{car} & L_{cbr} & L_{ccr} & L_{cdr} & L_{cer} & L_{cfr} \\ L_{dar} & L_{dbr} & L_{dcr} & L_{ddr} & L_{der} & L_{dfr} \\ L_{ear} & L_{ebr} & L_{ecr} & L_{edr} & L_{eer} & L_{efr} \\ L_{far} & L_{fbr} & L_{fcr} & L_{fdr} & L_{fer} & L_{ffr} \end{bmatrix}$$

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Ovde, i za statori i za rotor, važi da su sopstvene induktivnosti faznih namotaja jednake, tj.

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{dd} = L_{ee} = L_{ff}$$

- dok za međusobne induktivnosti faznih namotaja važi $L_{ij} = L_{ji}$ gde je $i \neq j$ ($i, j = a, b, c, d, e, f$).

- Sopstvene induktivnosti faznih namotaja imaju oblik:

$$L_{ii} = L_i + M$$

- gde je L_i - induktivnost rasipanja i-tog faznog namotaja, a M maksimalna vrednost međusobne induktivnosti statora ka rotoru. Induktivnosti rasipanja faznog namotaja statora su iste, što takođe važi i za rotorske namotaje, i iznose L_{ls} i L_{lr} , respektivno. Tako da su matrice sopstvenih induktivnosti statora i rotora:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_{ls} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) \\ M \cos(\alpha) & L_{ls} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) \\ M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{ls} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) \\ M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{ls} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) \\ M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{ls} + M & M \cos(\alpha) \\ M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{ls} + M \end{bmatrix}$$

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_{lr} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) \\ M \cos(\alpha) & L_{lr} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) \\ M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{lr} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) \\ M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{lr} + M & M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) \\ M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{lr} + M & M \cos(\alpha) \\ M \cos(\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(3\alpha) & M \cos(2\alpha) & M \cos(\alpha) & L_{lr} + M \end{bmatrix}$$

- gde je $\alpha = 2\pi/6$ - prostorni pomeraj između osa faznih namotaja.
- Matrica međusobnih induktivnosti statora prema rotoru, odnosno rotora prema statoru, sadrži elemente koji su vremenski promenljivi. Ta vremenska zavisnost je indirektna, jer vrednosti elemenata matrice međusobnih induktivnosti zavise od trenutnog položaja rotora. Pozicija magnetne ose bilo kog faznog namotaja rotora u odnosu na bilo koju magnetnu osu faznog namotaja statora se menja zbog obrtanja rotora. Neka je θ trenutna vrednost električnog ugla između prve faze statora i prve faze rotora. Relacija koja povezuje poziciju rotora u odnosu na stator, θ , sa električnom ugaonom brzinom obrtanja rotora ω je:

$$\theta = \int \omega dt$$

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Zbog pretpostavke da je raspodela magnetopobudne sile sinusoidalna, tj. da poseduje samo prvi harmonik, matrica međusobnih induktivnosti statorskih namotaja prema rotorskim je:

$$[L_{sr}] = M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 5\alpha) & \cos(\theta - 4\alpha) & \cos(\theta - 3\alpha) & \cos(\theta - 2\alpha) & \cos(\theta - \alpha) \\ \cos(\theta - \alpha) & \cos(\theta) & \cos(\theta - 5\alpha) & \cos(\theta - 4\alpha) & \cos(\theta - 3\alpha) & \cos(\theta - 2\alpha) \\ \cos(\theta - 2\alpha) & \cos(\theta - \alpha) & \cos(\theta) & \cos(\theta - 5\alpha) & \cos(\theta - 4\alpha) & \cos(\theta - 3\alpha) \\ \cos(\theta - 3\alpha) & \cos(\theta - 2\alpha) & \cos(\theta - \alpha) & \cos(\theta) & \cos(\theta - 5\alpha) & \cos(\theta - 4\alpha) \\ \cos(\theta - 4\alpha) & \cos(\theta - 3\alpha) & \cos(\theta - 2\alpha) & \cos(\theta - \alpha) & \cos(\theta) & \cos(\theta - 5\alpha) \\ \cos(\theta - 5\alpha) & \cos(\theta - 4\alpha) & \cos(\theta - 3\alpha) & \cos(\theta - 2\alpha) & \cos(\theta - \alpha) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

-Prethodne relacije u potpunosti opisuju električni deo modela šestofaznog asinhronog motora.

- Jednačina mehaničkog kretanja je:

$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_m}{dt} + k\omega_m$$

gde je J moment inercije rotacionih masa, k koeficijent trenja, T_L moment opterećenja, ω_m mehanička ugaona brzina obrtanja rotora i T_e elektromagnetni moment koji razvija mašina.

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Induktivnosti u prethodnoj matrici su funkcija položaja rotora, a samim tim i električne ugaone brzine obrtanja rotora. Iz tog razloga se mehanička jednačina obično daje tako da figuriše električna ugaona brzina obrtanja rotora ω , koja je u relaciji sa mehaničkom preko broja pari polova, $\omega = P\omega_m$. Odatle sledi:

$$T_e - T_L = \frac{J}{P} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{P} k\omega$$

- Elektromagnetni moment T_e , koji razvija mašina, je glavna veza između elektromagnetnog podсистема sa mehaničkim podсистemom i odgovoran je za elektromehaničku konverziju energije. Generalno, elektromagnetni moment je određen relacijom:

$$T_e = P \frac{1}{2} [i]^t \frac{d[L]}{d\theta} [i]$$

gde su:

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_s] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix} \quad [i] = \begin{bmatrix} [i_s]^t & [i_r]^t \end{bmatrix}^t$$

Matematički model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Pošto elementi matrica induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja ne zavise od položaja rotora, prethodni izraz za momenat se može napisati kao:

$$T_e = P[i_s]^t \frac{d[L_{sr}]}{d\theta} [i_r]$$

-To znači da se elektromagnetni momenat, kod mašina sa ravnomernim vazdušnim zazorom, stvara samo usled interakcije između statorskih i rotorskih namotaja.

-Svaka višefazna mašina je kompletno opisana, u domenu faznih promenljivih, matematičkim modelom datim prethodnim relacijama (samo ga je potrebno prilagoditi opštem slučaju od n faza).

-U opštem slučaju, za n faza, matematički model se sastoji od $2n+1$ diferencijalnih jednačina prvog reda, gde je $2n$ jednačina naponske ravnoteže i jedna jednačina mehaničke ravnoteže.

- Takođe, tu je $2n+1$ algebarskih jednačina, gde prvih $2n$ obezbeđuje relaciju između flukseva i struja mašine, a poslednja predstavlja određivanje elektromagnetnog momenta.

-Na kraju, model je kompletiran relacijom između trenutnog električnog ugla između statora i rotora i električne ugaone brzine obrtanja rotora.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

- Promenljive n -fazne simetrične asinhronne mašine mogu se posmatrati kao da pripadaju n -dimenzionom prostoru.
- Pošto je statorski namotaj vezan u zvezdu i neutralna tačka izolovana, efektivni broj stepeni slobode je $(n-1)$. Ovo se takođe odnosi i na rotorski namotaj.
- Model mašine u originalnom faznom domenu može biti transformisan koristeći Klarkinu transformacionu matricu, koja zamenjuje originalni set od n promenljivih novim setom od n promenljivih.
- Ova transformacija rastavlja originalni n -dimenzioni vektorski prostor na $n/2$ dvodimenzionih podprostora, ako je broj faza paran broj. Ako je broj faza neparan broj, originalni prostor se rastavlja na $(n-1)/2$ dvodimenzionih podprostora i jedan jednodimenzioni.
- Glavno svojstvo transformacije je da su ti novi dvodimenzioni podprostori međusobno normalni, tako da ne postoji sprega između njih. U svakom dvodimenzionom podprostoru, nalazi se par veličina, pozicioniranih duž dve međusobno normalne ose. Ovo dovodi do značajnog pojednostavljenja modela, poredeći ga sa onim u originalnom faznom domenu.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

-Veza između originalnih faznih veličina i novih promenljivih definisana je sa:

$$\begin{bmatrix} f_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} f_{a,b,c,d,e,f} \end{bmatrix}$$

gde je:

$\begin{bmatrix} f_{\alpha\beta} \end{bmatrix}$ - matrica kolona napona, struja ili flukseva, bilo statorskog bilo rotorskog namotaja, nakon transformacije,

$\begin{bmatrix} f_{a,b,c,d,e,f} \end{bmatrix}$ - odgovarajuća matrica kolona faznih promenljivih,

$[C]$ -matrica Klarkine transformacije. Ista je i za statorski i za rotoski namotaj, a za šestofazni motor, Klarkina transformaciona matrica je:

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{matrix} \alpha \\ \beta \\ x \\ y \\ 0_+ \\ 0_- \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \sin(2\alpha) & \sin(3\alpha) & -\sin(2\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 1 & \cos(2\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(2\alpha) \\ 0 & \sin(2\alpha) & \sin(4\alpha) & \sin(6\alpha) & -\sin(4\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

-Koeficijent ispred matrice utiče na to da li će snaga nove mašine, dobijene nakon transformacije, ostati ista kao kod originalne mašine ili neće. Izborom koeficijenta $\sqrt{2/6}$ ukupna snaga ostaje ista i nakon transformacije.

- U opštem slučaju (za n faza), često se koristi i koeficijent $2/n$ (tj. u slučaju šestofaznog motora $2/6$) ispred matrice. U tom slučaju, snaga po fazi nove mašine ostaje ista kao kod originalne, ali ne i ukupna snaga mašine. Tada se kaže da je transformacija promenljiva po snazi, a koeficijent $n/2$ se pojavljuje u jednačini za moment nakon transformacije. Usled izbora koeficijenta $\sqrt{2/6}$, matrica transformacije zadovoljava uslov:

$$[C]^{-1} = [C]^t$$

tako da je

$$\begin{bmatrix} f_{a,b,c,d,e,f} \end{bmatrix} = [C]^t \begin{bmatrix} f_{\alpha\beta} \end{bmatrix}$$

-Prve dve vrste u matrici C definišu promenljive usled kojih se javlja osnovni fluks i koje dovode do proizvodnje momenta.

- Poslednje dve vrste definišu dve komponente nultog redosleda.
- Poslednja vrsta se izostavlja ukoliko je broj faza neparan broj.
- Između prve dve i poslednje dve vrste nalaze se dve vrste (za n faza, gde je n parno, nalazi se $(n-4)$ ili ako je n neparno $(n-3)$ vrsta) koje definišu isto toliko promenljivih, koje su označene sa x i y . Nakon primene $[C]$ na model u originalnom faznom domenu, uz pretpostavku da je rotorski namotaj kratko-spojen, dobija se sledeći novi model:

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d\psi_{\alpha s}}{dt} = R_s i_{\alpha s} + (L_{ls} + L_m) \frac{di_{\alpha s}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{\alpha r} \cos \theta - i_{\beta r} \sin \theta)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d\psi_{\beta s}}{dt} = R_s i_{\beta s} + (L_{ls} + L_m) \frac{di_{\beta s}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{\alpha r} \sin \theta + i_{\beta r} \cos \theta)$$

$$v_{xs} = R_s i_{xs} + \frac{d\psi_{xs}}{dt} = R_s i_{xs} + L_{ls} \frac{di_{xs}}{dt}$$

$$v_{ys} = R_s i_{ys} + \frac{d\psi_{ys}}{dt} = R_s i_{ys} + L_{ls} \frac{di_{ys}}{dt}$$

$$v_{0_+s} = R_s i_{0_+s} + \frac{d\psi_{0_+s}}{dt} = R_s i_{0_+s} + L_{ls} \frac{di_{0_+s}}{dt}$$

$$v_{0_-s} = R_s i_{0_-s} + \frac{d\psi_{0_-s}}{dt} = R_s i_{0_-s} + L_{ls} \frac{di_{0_-s}}{dt}$$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

$$v_{\alpha r} = 0 = R_r i_{\alpha r} + \frac{d\psi_{\alpha r}}{dt} = R_r i_{\alpha r} + (L_{lr} + L_m) \frac{di_{\alpha r}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (i_{\alpha s} \cos \theta + i_{\beta s} \sin \theta)$$

$$v_{\beta r} = 0 = R_r i_{\beta r} + \frac{d\psi_{\beta r}}{dt} = R_r i_{\beta r} + (L_{lr} + L_m) \frac{di_{\beta r}}{dt} + L_m \frac{d}{dt} (-i_{\alpha s} \sin \theta + i_{\beta s} \cos \theta)$$

$$v_{xr} = 0 = R_r i_{xr} + \frac{d\psi_{xr}}{dt} = R_r i_{xr} + L_{lr} \frac{di_{xr}}{dt}$$

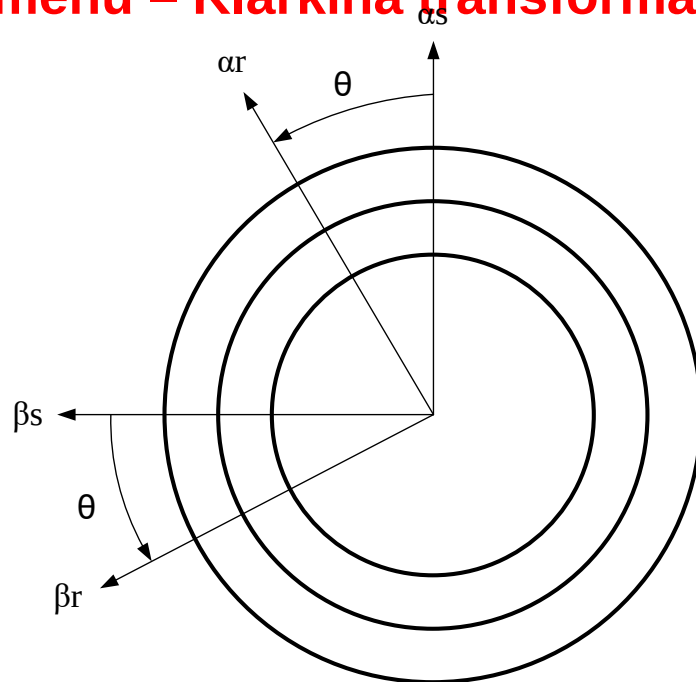
$$v_{yr} = 0 = R_r i_{yr} + \frac{d\psi_{yr}}{dt} = R_r i_{yr} + L_{lr} \frac{di_{yr}}{dt}$$

$$v_{0_+r} = 0 = R_r i_{0_+r} + \frac{d\psi_{0_+r}}{dt} = R_r i_{0_+r} + L_{lr} \frac{di_{0_+r}}{dt}$$

$$v_{0_-r} = 0 = R_r i_{0_-r} + \frac{d\psi_{0_-r}}{dt} = R_r i_{0_-r} + L_{lr} \frac{di_{0_-r}}{dt}$$

$$T_e = PL_m \left[\cos \theta (i_{\alpha r} i_{\beta s} - i_{\beta r} i_{\alpha s}) - \sin \theta (i_{\alpha r} i_{\alpha s} + i_{\beta r} i_{\beta s}) \right]$$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija



Raspored α - β komponenti struja statora i rotora

-Na slici su prikazane α - β ose statora i rotora sa koje se vide međusobni doprinosi struja u prethodno navedenim jednačinama. L_m u prethodnim jednačinama predstavlja induktivnost magnećenja u ekvivalentnoj šemi po fazi asinhronog motora i jednaka je $3M$ (za n faza je $L_m = (n/2)M$), a L_{ls} i L_{lr} predstavljaju induktivnosti rasipanja statorskog i rotorskog namotaja, respektivno.

- Dakle, ovo su u suštini isti parametri koji se javljaju u dobro poznatom ekvivalentnom kolu asinhronne mašine u ustaljenom stanju i koji se mogu odrediti iz standardnih eksperimenata praznog hoda i kratkog spoja (tj. ukočenog rotora).

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

- Jednačina za moment pokazuje da se moment u potpunosti razvija usled interakcije statorskih i rotorskih α - β komponenti struja i nezavisan je od vrednosti x-y komponenti struja.
- Ovo takođe sledi iz α - β jednačina naponske ravnoteže statora i rotora, pošto su to jedine preostale jednačine po osama između kojih još uvek postoji sprega između statora i rotora, kao posledica ugla θ , kojim je definisan položaja rotora u odnosu na stator.
- Iz rotorskih jednačina, pošto je rotorski namotaj kratko spojen i statorske x-y komponente nisu u sprezi sa rotorskim x-y komponentama i samim tim ne doprinose momentu, jednačine za rotorske x-y komponente i komponente nultog redosleda mogu biti izostavljene iz daljeg razmatranja.
- Isto važi za statorske jednačine nultog redosleda.
- Treba naglasiti da nulta komponenta 0_+ zavisi od sume trenutnih vrednosti svih faznih veličina. Pošto se smatra da je namotaj vezan u zvezdu sa izolovanom neutralnom tačkom, nulte komponente struje u statorskom namotaju ne mogu da teku.
- Ako je broj faza paran, što i jeste analizirani slučaj ($n=6$), komponente struje nultog redosleda 0_- mogu da teku ako je $v_{0_-s} \neq 0$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – Klarkina transformacija

- Što se tiče x-y komponenti statorskih struja, one će takođe biti nula ako naponi napajanja nakon primene Klarkine transformacije ne daju x-y komponente napona različite od nule.
- Zato, ako postoji idealan simetričan i izbalansiran sinusoidalni višefazni napon napajanja, konačni broj jednačina koji treba uzeti u razmatranje u elektromagnetnom podsistemu su samo četiri diferencijalne jednačine (dva para α - β jednačina) umesto dvanaest (u opštem slučaju $2n$), koje se uzimaju u originalnom faznom modelu.
- Očigledno je da je osnovna forma naponskih jednačina ravnoteže ostala nepromenjena usled korišćenja transformacije i da je i dalje $v = Ri + d\psi/dt$.
- Međutim, poredeći jednačine modela sa faznim promenljivama sa odgovarajućim jednačinama nakon transformacije, očigledno je da je postignuto značajno pojednostavljenje.
- Bez obzira na stvaran broj faza, nadalje je potrebno posmatrati samo četiri naponske jednačine umesto $2n$, dokle god je mašina napajana iz uravnoteženog simetričnog n-faznog sinusoidalnog izvora.
- Jednačina za moment je takođe značajno pojednostavljena.
- Međutim, problem vremenski zavisnih koeficijenata i nelinearnosti sistema diferencijalnih jednačina nije rešen.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

- Novi fiktivni α - β i x-y statorski i rotorski namotaji su još uvek čvrsto vezani za odgovarajuće delove mašine, što znači da su statorski namotaji nepokretni, dok se rotorski namotaji obrću zajedno sa rotorom.
- Da bi se rešili vremenski promenljivih induktivnosti, neophodno je primeniti još jednu transformaciju - obrtnu. Ovo znači da se fiktivni namotaji mašine, dobijeni nakon primene Klarkine transformacije, još jednom transformišu u novi set fiktivnih namotaja.
- Međutim, ovoga puta transformacija više nije ista za stator i rotor. Kako sprega statora sa rotorom postoji samo u α - β jednačinama, obrtna transformacija se odnosi samo na ova dva para jednačina. **Njena forma za n -faznu mašinu je ista kao i za trofaznu mašinu, pošto x-y komponente nema potrebe transformisati.**
- Transformacija je definisana na takav način da novi rezultujući set statorskih i rotorskih namotaja, koji će zameniti α - β namotaje, rotira istom ugaonom brzinom, takozvanom brzinom zajedničkog referentnog sistema. Tako se relativno kretanje između statorskih i rotorskih namotaja eliminiše, što dovodi do seta diferencijalnih jednačina sa konstantnim koeficijentima.
- Pošto je u asinhronim mašinama vazdušni zazor ravnomeran i pošto su sve induktivnosti u statoru i rotoru višefaznog namotaja konstantne, izbor brzine zajedničkog referentnog sistema je proizvoljan.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

- Ta brzina se zove proizvoljna ugaona brzina zajedničkog referentnog sistema i označena je sa ω_a . Ova brzina definiše trenutnu poziciju d ose zajedničkog referentnog sistema u odnosu na stacionarnu statorsku fazu a .

$$\theta_s = \int \omega_a dt$$

- Ova brzina se koristi u obrtnoj transformaciji statorskih veličina. Uzimajući u obzir da se rotor obrće i da zato rotorska faza a ima trenutnu poziciju θ u odnosu na statorsku fazu a , ugao između d ose zajedničkog referentnog sistema i rotorske faze a , koji se koristi u transformaciji rotorskih veličina, je:

$$\theta_r = \theta_s - \theta = \int (\omega_a - \omega) dt$$

- Druga osa referentnog sistema, koja je normalna na d osu, je obično označena kao q osa. Veza između promenljivih dobijenih nakon primene Klarkine transformacije i novih d - q promenljivih je definisana na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} f_{\alpha\beta} \end{bmatrix}$$

- Matrica obrtne transformacije $[D]$ je različita za statorske i rotorske promenljive. Prikaz matrica obrtne transformacije za stator i rotor, za šestofazni AM je:

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

$$[D_s] = \begin{matrix} ds \\ qs \\ xs \\ ys \\ 0_+s \\ 0_-s \end{matrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & \sin \theta_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_s & \cos \theta_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[D_r] = \begin{matrix} dr \\ qr \\ xr \\ yr \\ 0_+r \\ 0_-r \end{matrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

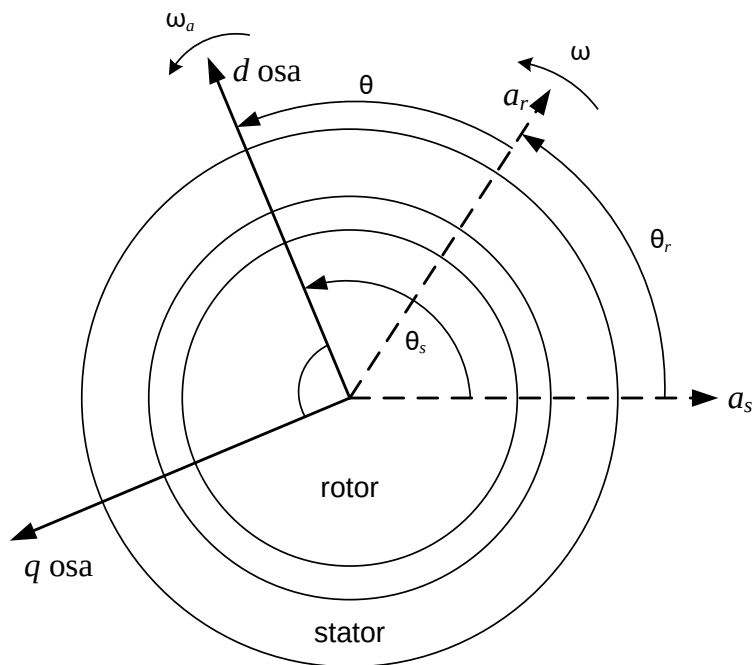
- Kao što se i vidi iz prethodnih izraza, obrtna transformacija je primenjena samo na α - β jednačine, dok x-y jednačine i jednačine nultog redosleda ne menjaju svoju formu.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

-Za inverznu transformaciju takođe važi:

$$\begin{bmatrix} f_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_{dq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}^t$$



Ilustracija uglova korišćenih u obrtnoj transformaciji

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

-Kada se na model dobijen nakon Klarkine transformacije primeni obrtna transformacija koristeći prethodne matrice transformacije, dobijaju se sledeće jednačine naponske ravnoteže i jednačine flukseva:

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \omega_a \psi_{qs}$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \omega_a \psi_{ds}$$

$$v_{xs} = R_s i_{xs} + \frac{d\psi_{xs}}{dt}$$

$$v_{ys} = R_s i_{ys} + \frac{d\psi_{ys}}{dt}$$

$$v_{0_+s} = R_s i_{0_+s} + \frac{d\psi_{0_+s}}{dt}$$

$$v_{0_-s} = R_s i_{0_-s} + \frac{d\psi_{0_-s}}{dt}$$

$$v_{dr} = 0 = R_r i_{dr} + \frac{d\psi_{dr}}{dt} - (\omega_a - \omega) \psi_{qr}$$

$$v_{qr} = 0 = R_r i_{qr} + \frac{d\psi_{qr}}{dt} + (\omega_a - \omega) \psi_{dr}$$

$$v_{xr} = 0 = R_r i_{xr} + \frac{d\psi_{xr}}{dt}$$

$$v_{yr} = 0 = R_r i_{yr} + \frac{d\psi_{yr}}{dt}$$

$$v_{0_+r} = 0 = R_r i_{0_+r} + \frac{d\psi_{0_+r}}{dt}$$

$$v_{0_-r} = 0 = R_r i_{0_-r} + \frac{d\psi_{0_-r}}{dt}$$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

$$\psi_{ds} = (L_{ls} + L_m) i_{ds} + L_m i_{dr}$$

$$\psi_{qs} = (L_{ls} + L_m) i_{qs} + L_m i_{qr}$$

$$\psi_{xs} = L_{ls} i_{xs}$$

$$\psi_{ys} = L_{ls} i_{ys}$$

$$\psi_{0_+s} = L_{ls} i_{0_+s}$$

$$\psi_{0_-s} = L_{ls} i_{0_-s}$$

$$\psi_{dr} = (L_{lr} + L_m) i_{dr} + L_m i_{ds}$$

$$\psi_{qr} = (L_{lr} + L_m) i_{qr} + L_m i_{qs}$$

$$\psi_{xr} = L_{lr} i_{xr}$$

$$\psi_{yr} = L_{lr} i_{yr}$$

$$\psi_{0_+r} = L_{lr} i_{0_+r}$$

$$\psi_{0_-r} = L_{lr} i_{0_-r}$$

-Pošto se rotorski namotaji smatraju kratko spojenim, x-y komponentne jednačine i jednačine nultog redosleda rotora mogu biti izostavljene iz prethodnog modela.

- Ove jednačine treba uvažiti ako se rotorski namotaji napajaju iz nekog izvora, tj. ako su odgovarajući naponi različiti od nule.

- Nakon primene obrtne transformacije izraz za moment postaje:

$$T_e = PL_m \left[i_{dr} i_{qs} - i_{ds} i_{qr} \right]$$

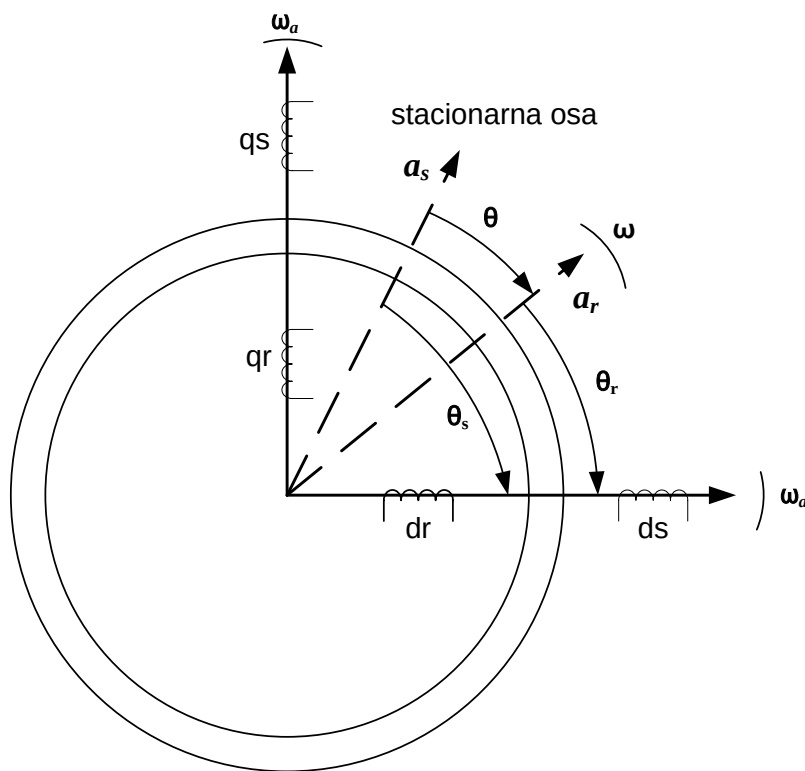
Napomena: Iz modela treba izostaviti jednačine nultog redosleda 0_- ukoliko je broj faza neparan.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

- Kompletan model treba razmatrati samo ako napajanje mašine sadrži komponente koje doprinose statorskim x-y komponentama napona.
- U slučaju n -fazne mašine, ako se smatra da je mašina napajana setom simetričnih uravnoteženih sinusoidalnih n -faznih napona (jednake efektivne vrednosti i sa faznim pomerajem od tačno $2\pi/n$ između bilo koja dva napona susednih faza), tada su statorske x-y komponente napona jednake nuli. To znači da se pod ovim uslovima analiza n -fazne mašine može sprovoditi koristeći samo jednačine d - q komponenti, na isti način kao i kod trofazne mašine.
- Detaljnija analiza d - q jednačina naponske ravnoteže statora i rotora pokazuje da, nakon primene obrtna transformacije, ove jednačine nisu istog oblika kao u originalnom faznom domenu (tj. oblik više nije $v= Ri+d\psi/dt$).
- Jednačine sadrže dodatni član: proizvod ugaone brzine i odgovarajuće komponente fluksa.
- Razlog za ovo je to što se, posredstvom obrtna transformacije, brzina namotaja promenila. Umesto da bude 0 za stator i ω za rotor, brzina novih namotaja je sada izjednačena i iznosi ω_a .
- Novi dodatni članovi računavaju ovu promenu i predstavljaju indukovane obrtna elektromotorne sile u fiktivnim d - q namotajima statora i rotora.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

-Šematski prikaz fiktivne mašine koja je rezultat primene obrtne transformacije prikazana je na slici ispod. Pretpostavljajući idealno simetrično i uravnoteženo n -fazno sinusoidalno napajanje mašine, prikaz mašine, bez obzira na broj faza, je kao na slici:



Fiktivni d - q namotaji statora i rotora dobijeni korišćenjem obrtne transformacije

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – obrtna transformacija

-Može se zaključiti da je vremenska zavisnost induktivnih članova eliminisana upotrebom obrtna transformacije, pa ni jednačina za elektromagnetni moment ne sadrži vremenski promenljive članove. Sistem diferencijalnih jednačina je sada sa konstantnim koeficijentima.

$$T_e = P(\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) = P \frac{L_m}{L_r}(\psi_{dr}i_{qs} - \psi_{qr}i_{ds})$$

-Ako se brzina obrtanja smatra konstantnom, jednačine u modelu višefazne mašine postaju linearne diferencijalne jednačine, čija analiza može biti izvršena pomoću Laplasove transformacije.

-Ugaona brzina zajedničkog referentnog sistema može biti izabrana proizvoljno. Međutim, neki izbori su pogodniji od drugih: za simulaciju prelaznih procesa asinhronih mašina sa kaveznom rotorom koje su napajane direktno iz mreže, najpodesniji zajednički referentni sistem je stacionarni referentni sistem (gde važi $\omega_a=0$, $\theta_s=0$), pošto tada na statorske promenljive utiče samo Klarkina transformacija.

-Drugi često korišćeni referentni sistem je sinhroni referentni sistem, u kome zajednički d-q referentni sistem rotira ugaonom brzinom jednakoju ugaonoj brzini koja je određena frekvencijom statorskog napajanja.

-Takav referentni sistem je veoma pogodan za razne analitičke studije, npr. za asinhronne mašine napajane preko invertora. Referentni sistem fiksiran za rotor ($\omega_a=\omega$) je jedino pogodan ako se razmatra asinhrona mašina sa kliznim prstenovima (ima napajanje i na rotoru), sa napajanjem iz uređaja energetske elektronike povezanim na rotorske namotaje.

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – kompletna transformacija

- Transformaciona matrica je: $[T] = [D][C]$

- U analiziranom slučaju šestofaznog motora kompletna transformaciona matrica ima sledeći oblik za statorske odnosno rotorske promenljive:

$$[T_s] = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} ds & \cos \theta_s & \cos(\theta_s - \alpha) & \cos(\theta_s - 2\alpha) & \cos(\theta_s - 3\alpha) & \cos(\theta_s + 2\alpha) & \cos(\theta_s + \alpha) \\ qs & -\sin \theta_s & -\sin(\theta_s - \alpha) & -\sin(\theta_s - 2\alpha) & -\sin(\theta_s - 3\alpha) & -\sin(\theta_s + 2\alpha) & -\sin(\theta_s + \alpha) \\ xs & 1 & \cos 2\alpha & \cos 4\alpha & \cos 6\alpha & \cos 4\alpha & \cos 2\alpha \\ ys & 0 & \sin 2\alpha & \sin 4\alpha & \sin 6\alpha & -\sin 4\alpha & -\sin 2\alpha \\ 0_+s & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0_-s & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Matematički model višefazne asinhronne mašine u transformisanom domenu – kompletna transformacija

$$[T_r] = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{bmatrix} dr & \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \alpha) & \cos(\theta_r - 2\alpha) & \cos(\theta_r - 3\alpha) & \cos(\theta_r + 2\alpha) & \cos(\theta_r + \alpha) \\ qr & -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - \alpha) & -\sin(\theta_r - 2\alpha) & -\sin(\theta_r - 3\alpha) & -\sin(\theta_r + 2\alpha) & -\sin(\theta_r + \alpha) \\ xr & 1 & \cos 2\alpha & \cos 4\alpha & \cos 6\alpha & \cos 4\alpha & \cos 2\alpha \\ yr & 0 & \sin 2\alpha & \sin 4\alpha & \sin 6\alpha & -\sin 4\alpha & -\sin 2\alpha \\ 0_+r & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0_-r & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

-Kada se model mašine koristi u simulacione svrhe, često je neophodno primeniti odgovarajuće transformacije u oba smera. Neka su ulazi u $d-q$ model mašine $d-q$ komponente napona, struja, flukseva i mement opterećenja. Nakon rešavanja modela dobijaju se izlazni podaci kao što su elektromagnetni moment, brzina obrtanja rotora i odgovarajuće $d-q$ komponente struja. Pošto su od interesa originalne fazne struje, a ne njihove $d-q$ komponente, mora se izvršiti inverzna transformacija koristeći $[T]^{-1}$.

-Pretpostavljajući da su statovski naponi sinusoidalni, uravnoteženi i simetrični, sa efektivnom vrednošću V , amplituda $d-q$ komponenti napona u opštem slučaju za n faza je $\sqrt{n}V$ - posledica usvajanja transformacije koja je invarijantna po ukupnoj snazi. Ako je transformacija promenljiva po ukupnoj snazi, ali drži snagu po fazi nepromenljivom, koeficijent je $2/6$, a amplituda $d-q$ komponenti napona je $\sqrt{2}V$ bez obzira na broj faza.

Model šestofaznog asinhronog motora u MATLAB/Simulink-u

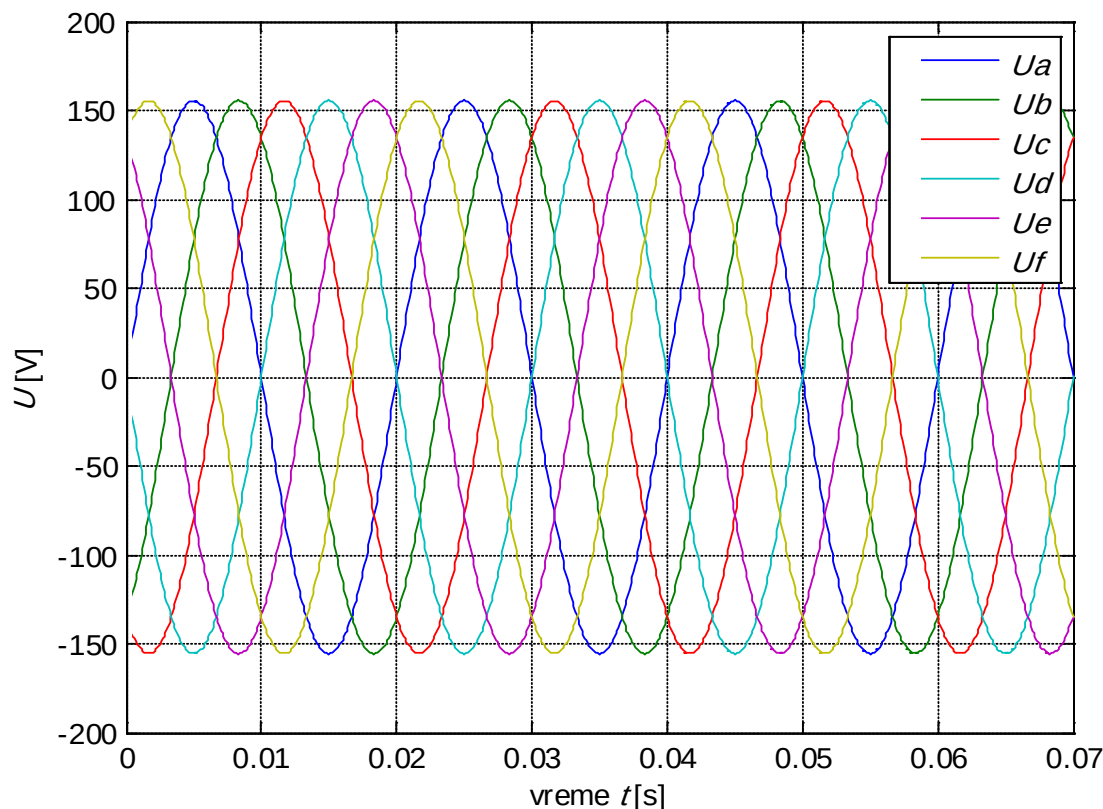
-Osnovni podaci šestofaznog AM:

$X_{ls} [\Omega]$	$X_{lr} [\Omega]$	$X_m [\Omega]$	$R_s [\Omega]$	$R_r [\Omega]$
3,09	3,09	15,63	4,25	2,8

Snaga P_n [W]	1000
Fazni napon U_f [V]	110
Struja I_{nf} [A]	3,6
Brzina obrtanja rotora n_n [o/min]	1500
Broj faza	6
Sprega	Y
Tip namotaja	dvoslojni
Broj pari polova p	2
Broj navojaka po fazi N_f	270
Broj provodnika po žlebu N_z	44 (2×22)
Prečnik žice (bez/sa izolacijom) [mm]	0,7/0,75
Gustina struje J_n [A/mm ²]	9,35

Model šestofaznog asinhronog motora u MATLAB/Simulink-u

- Prvo se modeluje simetričan AM. Napajanje motora u simulaciji je realizovano preko šest blokova (*Sine Wave* blokovi) koji proizvode sinusoidalni signal, gde je svaki zakašnjen za $2\pi/6$ u odnosu na prethodni, kao na slici:



Vremenska zavisnost napona napajanja na statoru motora

Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

-Prednost modelovanja u originalnom faznom domenu je to što je očuvana fizička priroda veličina u mašini, koje se zbog toga mogu prikazivati i koristiti, ukoliko ne postoji mogućnost da se direktno snime originalne veličine od interesa. Uslov za to je da je prethodno razvijen simulacioni model zadovoljavajuće tačnosti, koji je verifikovan merenjima na realnom motoru u laboratoriji.

Pri realizaciji ovog modela neophodno je imati šest sinusoidalnih signala, koji predstavljaju napajanje AM-a, napraviti matricu kolonu koja će predstavljati vektor napona napajanja statora u , što radi blok *Subsystem1* sa naredne slike. Matrice induktivnosti statora i rotora ubacuju se u model učitavanjem m-datoteke čiji je sadržaj sledeći:

$$Ls = \begin{bmatrix} Lls + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) \\ M \cos(x) & Lls + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) \\ M \cos(2x) & M \cos(x) & Lls + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) \\ M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & Lls + M & M \cos(x) & M \cos(2x) \\ M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & Lls + M & M \cos(x) \\ M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & Lls + M \end{bmatrix};$$

Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) \\ M \cos(x) & L_{lr} + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) \\ M \cos(2x) & M \cos(x) & L_{lr} + M & M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) \\ M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & L_{lr} + M & M \cos(x) & M \cos(2x) \\ M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & L_{lr} + M & M \cos(x) \\ M \cos(x) & M \cos(2x) & M \cos(3x) & M \cos(2x) & M \cos(x) & L_{lr} + M \end{bmatrix};$$

gde je $x = 2\pi/6$.

-Matrice međusobnih induktivnosti $[L_{sr}]$ i $[L_{rs}]$ se ne mogu ubaciti kroz m-datoteku kao prethodne dve, jer zavise od ugla θ . One su realizovane preko bloka L_{sr} koji je prikazan na slici na sledećem slajdu.

-Pri formiranju modela potrebno je izraziti struje preko flukseva i induktivnosti u Laplasovom i matričnom domenu:

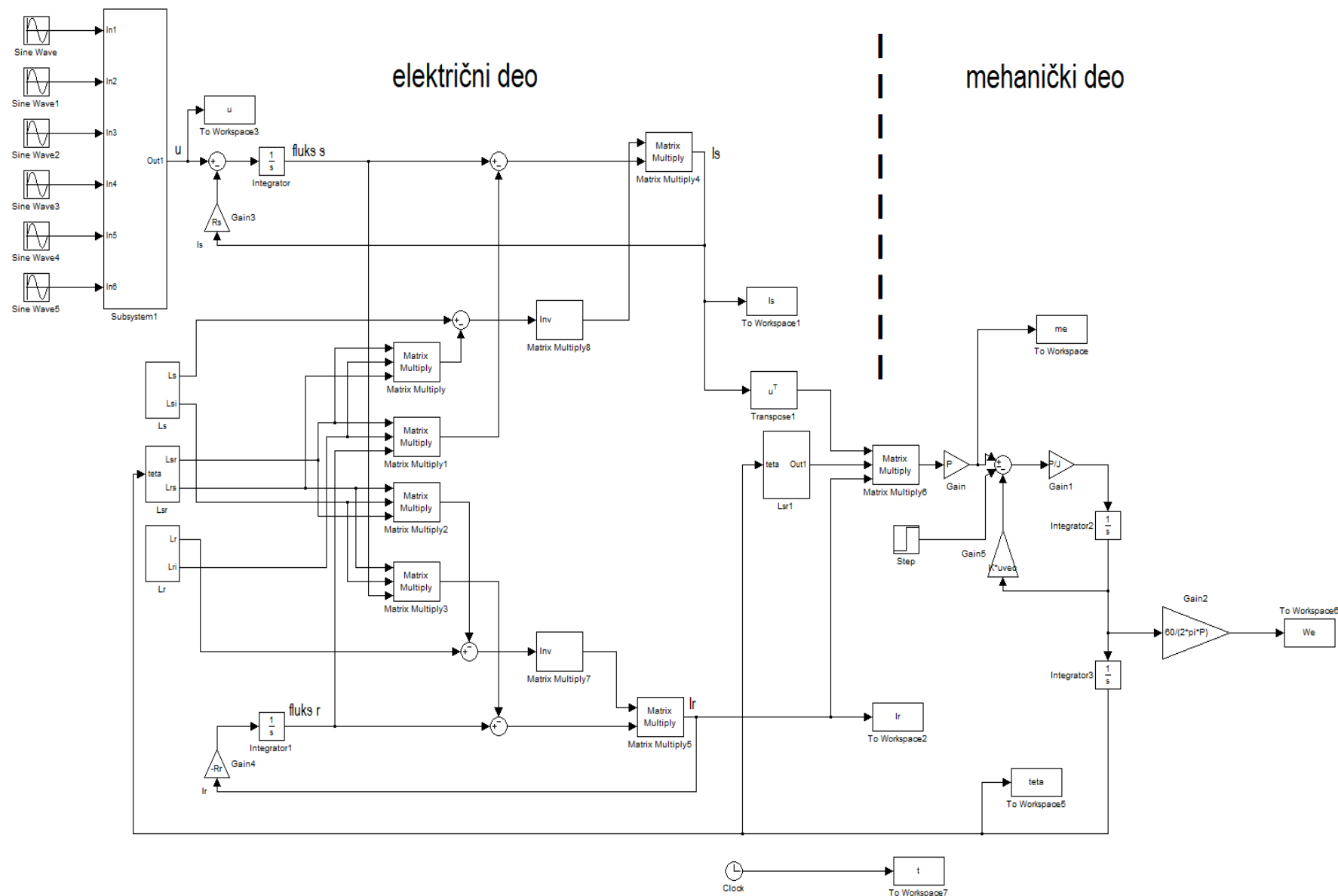
$$[\psi_s] = \frac{1}{s} \left[[v_s] - [R_s][i_s] \right]$$

$$[\psi_r] = \frac{1}{s} \left[[v_r] - [R_r][i_r] \right] = -\frac{1}{s} \left[[R_r][i_r] \right]$$

$$[i_s] = \left[[L_s] - [L_{sr}][L_r]^{-1}[L_{sr}]^t \right]^{-1} \left[[\psi_s] - [L_{sr}][L_r]^{-1}[\psi_r] \right]$$

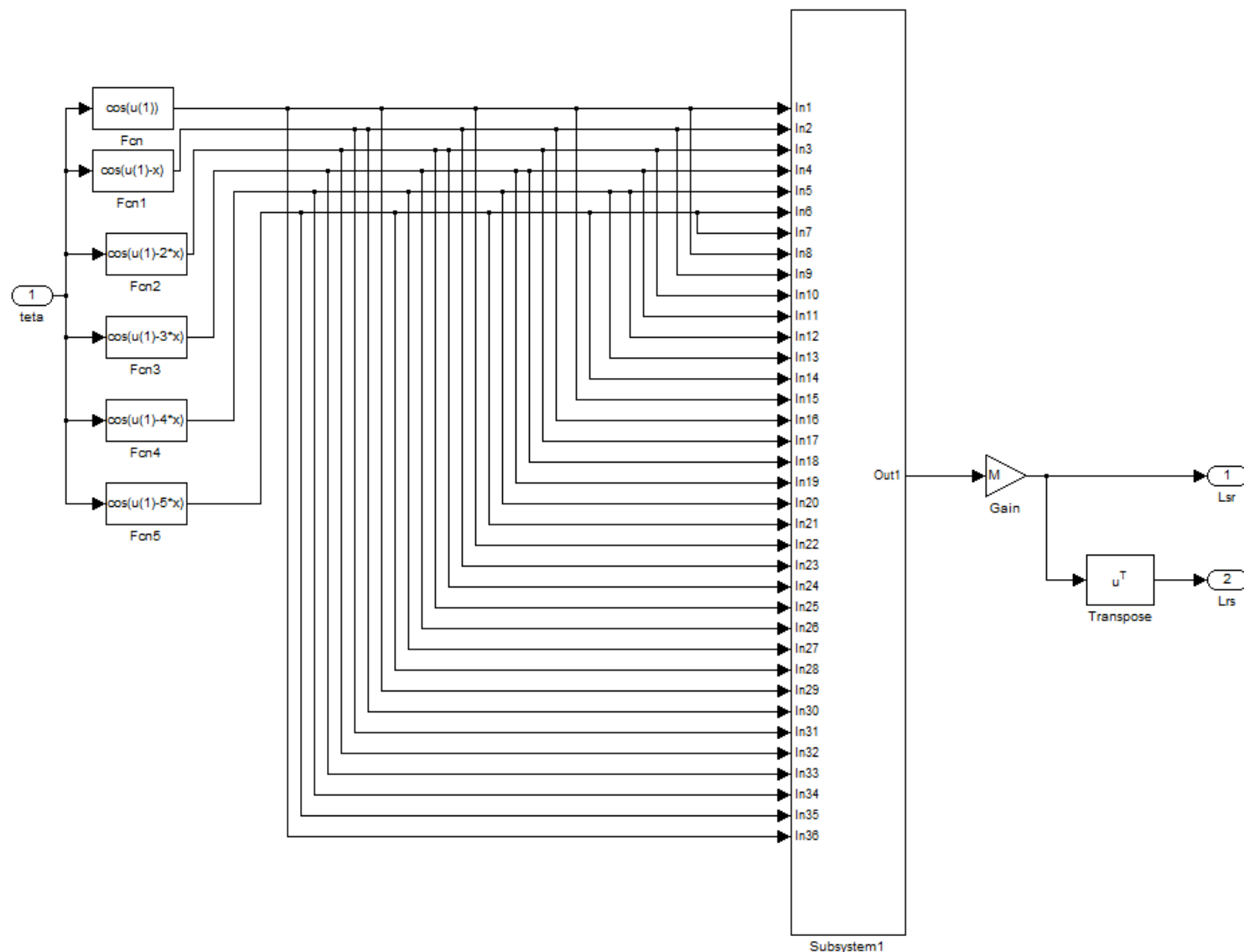
$$[i_r] = \left[[L_r] - [L_{sr}]^t[L_s]^{-1}[L_{sr}] \right]^{-1} \left[[\psi_r] - [L_{sr}]^t[L_s]^{-1}[\psi_s] \right]$$

Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu



Model šestofaznog AM-a u originalnom faznom domenu

Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu



Blok L_{sr} preko kojeg se ralizuje matrica međusobnih induktivnosti statora ka rotoru (L_{sr}) kao i rotora ka statoru (L_{rs})

Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Pri realizaciji elektromagnetnog momenta u ovom modelu, potreban je blok koji će napraviti deo jednačine momenta koji predstavlja izvod matrice po uglu θ :

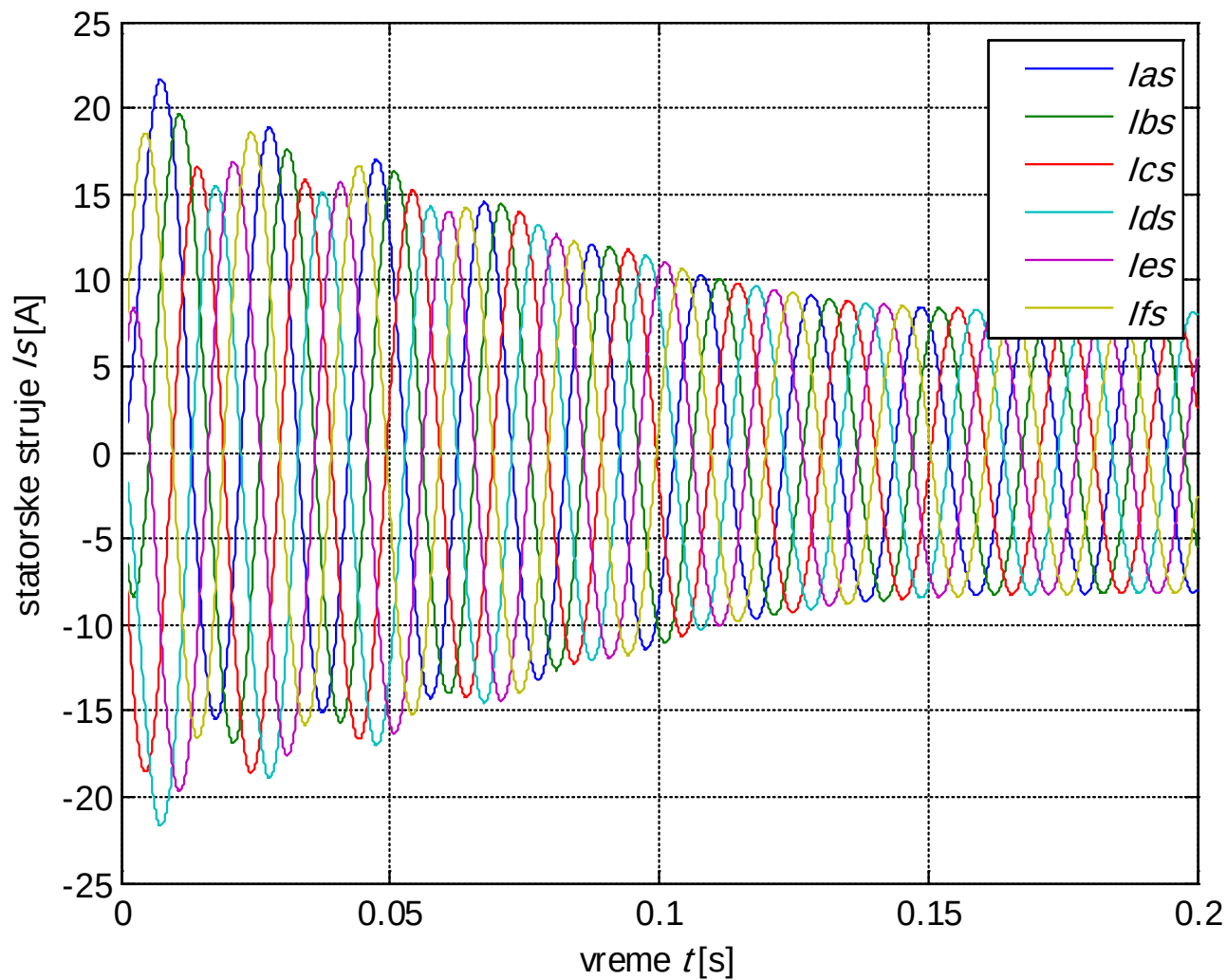
$$\frac{d[L_{sr}]}{d\theta},$$

što radi blok *Lsr1*, čija je konstrukcija praktično ista kao kod bloka *Lsr*. Razlika je to što su umesto kosinusa uglova, koji su ulazi u blok *Subsystem1*, sada u upotrebi sinusi tih uglova. Pritom, na kraju treba ubaciti predznak minus u blok *Gain* jer je u pitanju izvod kosinusa ugla. Električna brzina obrtanja rotora se dobija iz jednačine kojom se opisuje mehanički deo mašine i to kao:

$$\omega = \frac{1}{s} \frac{P}{J} \left(T_e - T_L - \frac{k}{P} \omega \right)$$

- Veličine koje će se posmatrati su statorsche struje, brzina obrtanja rotora i elektromagnetni moment.

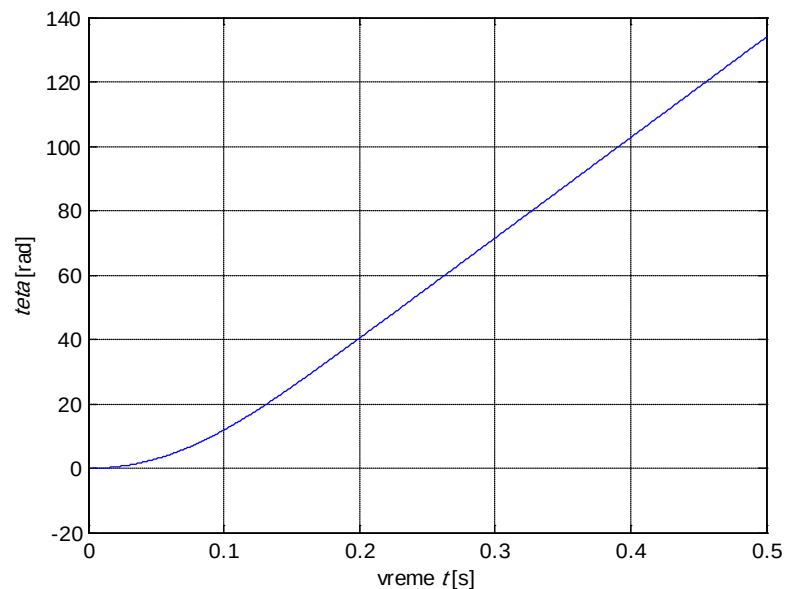
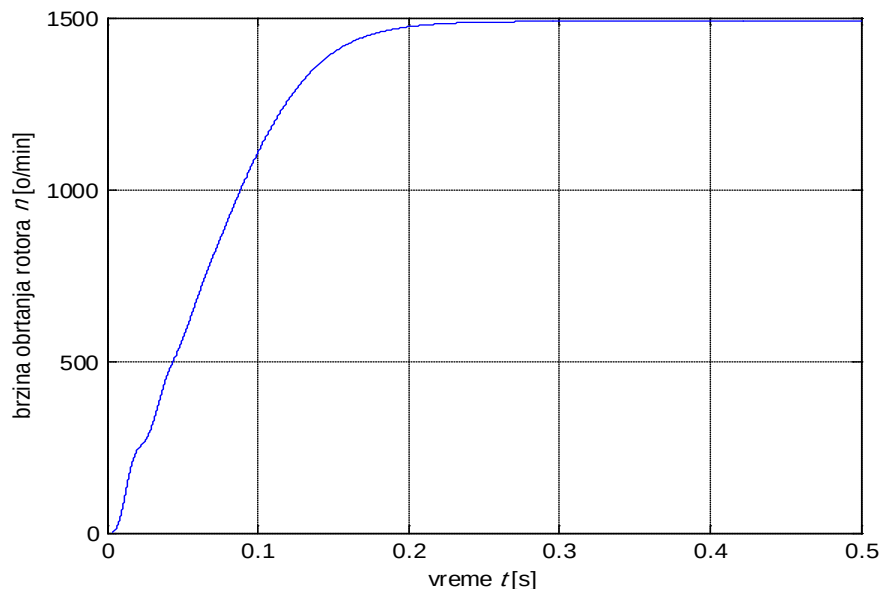
Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu



Vremenska zavisnost statoskih struja

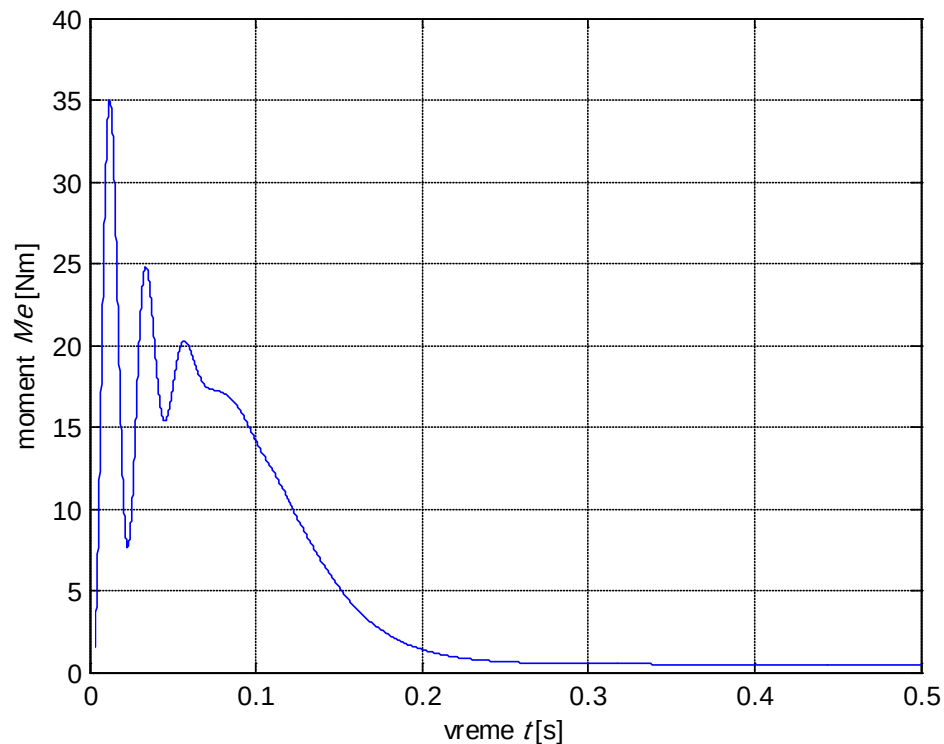
Model šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

Vremenska zavisnost brzine obrtanja rotora

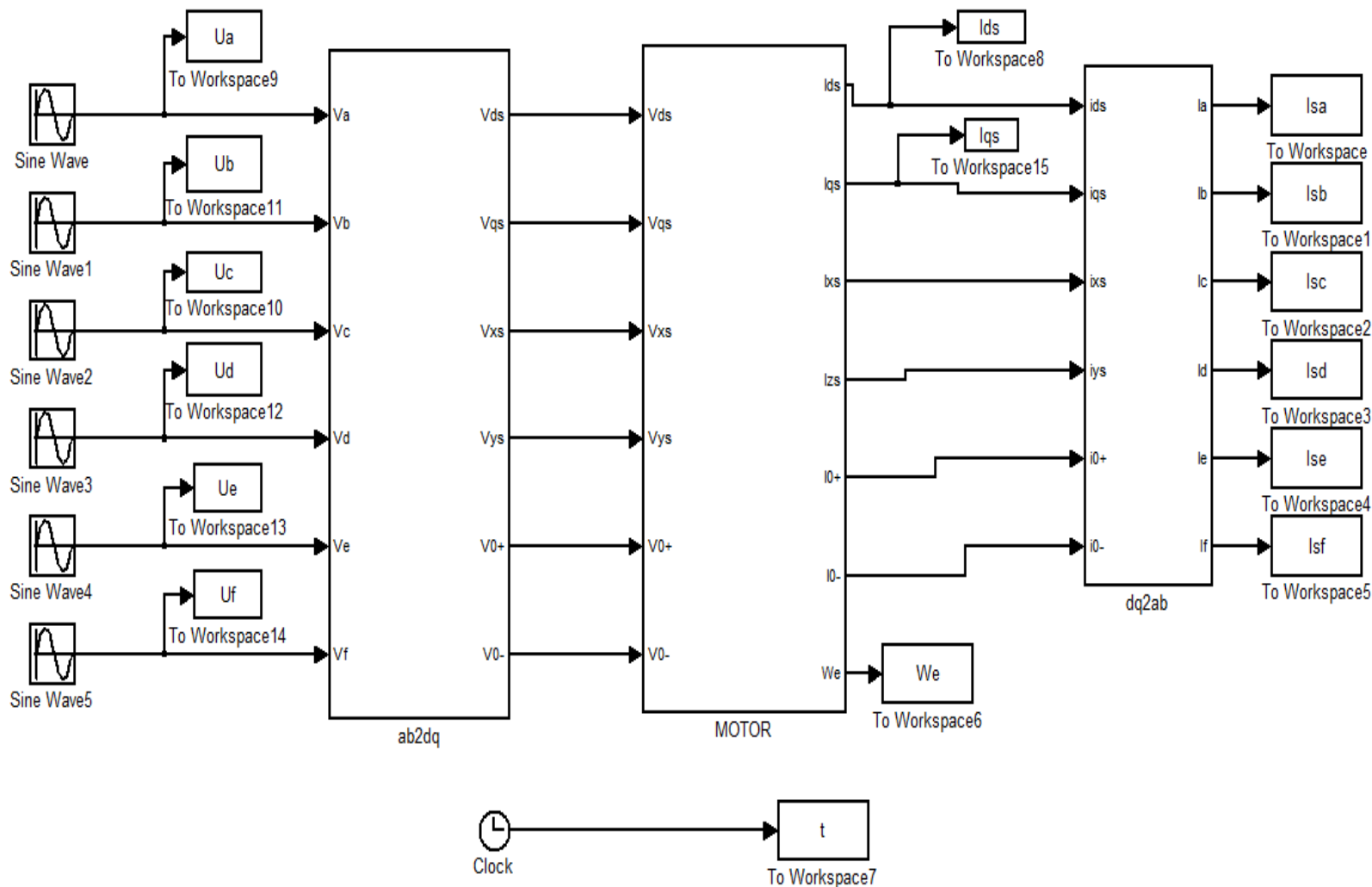


Vremenska zavisnost ugla θ

Vremenska zavisnosta elektromagnetnog momenta motora



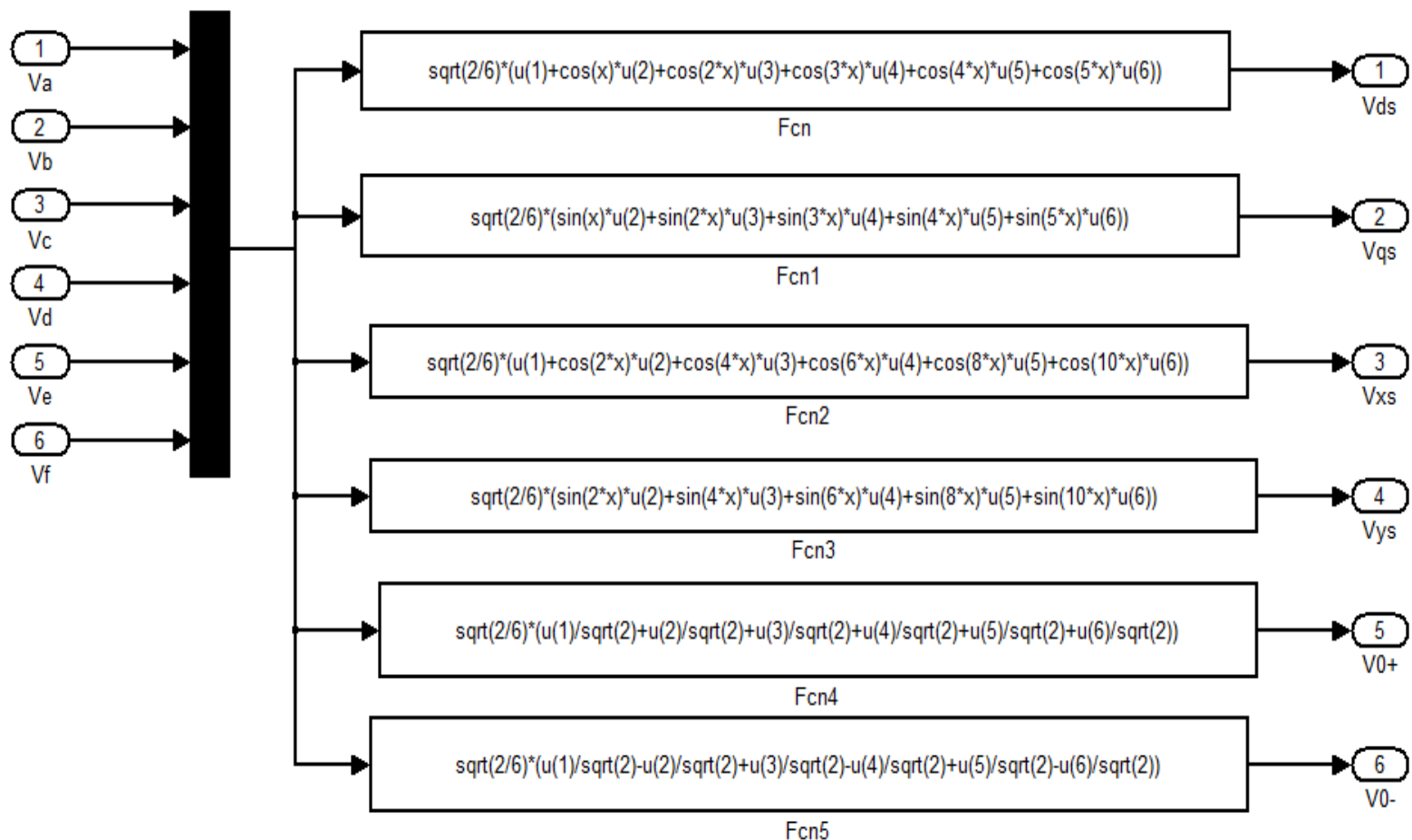
Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu



Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

- Podsystem (blok) *ab2dq* vrši kompletnu transformaciju iz originalnog faznog (*ab*) domena u transformisani (*dq*) domen. Njegov sadržaj može se videti na slici:



Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

-Podsistem (blok) *MOTOR* sa slike praktično predstavlja jednačine za napon i fluks statora i rotora kada se na model dobijen Klarkinom transformacijom primeni obrtna transformacija u Laplasovom domenu, pri čemu je uzeto da je brzina zajedničkog referentnog sistema jednaka nuli ($\omega_a=0$).

-Ulazi u ovaj podsistem su d - q , x - y komponente i nulte komponente (0_+ i 0_-) napona napajanja. Iz tih komponenti se na osnovu sledećih relacija dobijaju fluksevi,

$$\psi_{ds} = \frac{1}{s}(v_{ds} - R_s i_{ds}) \quad \psi_{dr} = \frac{1}{s}(-\omega \psi_{qr} - R_r i_{dr})$$

$$\psi_{qs} = \frac{1}{s}(v_{qs} - R_s i_{qs}) \quad \psi_{qr} = \frac{1}{s}(\omega \psi_{dr} - R_r i_{qr})$$

$$\psi_{xs} = \frac{1}{s}(v_{xs} - R_s i_{xs}) \quad \psi_{xr} = -\frac{1}{s}R_r i_{xr}$$

$$\psi_{ys} = \frac{1}{s}(v_{ys} - R_s i_{ys}) \quad \psi_{yr} = -\frac{1}{s}R_r i_{yr}$$

$$\psi_{0_+s} = \frac{1}{s}(v_{0_+s} - R_s i_{0_+s}) \quad \psi_{0_+r} = -\frac{1}{s}R_r i_{0_+r}$$

$$\psi_{0_-s} = \frac{1}{s}(v_{0_-s} - R_s i_{0_-s}) \quad \psi_{0_-r} = -\frac{1}{s}R_r i_{0_-r}$$

Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

- a na osnovu sledećih relacija struje od kojih samo d - q komponente doprinose elektromagnetskom momentu.

$$i_{ds} = \frac{\psi_{ds} (L_{lr} + L_m) - L_m \psi_{dr}}{L_{ls} L_{lr} + L_{ls} L_m + L_{lr} L_m}$$

$$i_{qs} = \frac{\psi_{qs} (L_{lr} + L_m) - L_m \psi_{qr}}{L_{ls} L_{lr} + L_{ls} L_m + L_{lr} L_m}$$

$$i_{xs} = \frac{\psi_{xs}}{L_{ls}}$$

$$i_{ys} = \frac{\psi_{ys}}{L_{ls}}$$

$$i_{0+s} = \frac{\psi_{0+s}}{L_{ls}}$$

$$i_{0-s} = \frac{\psi_{0-s}}{L_{ls}}$$

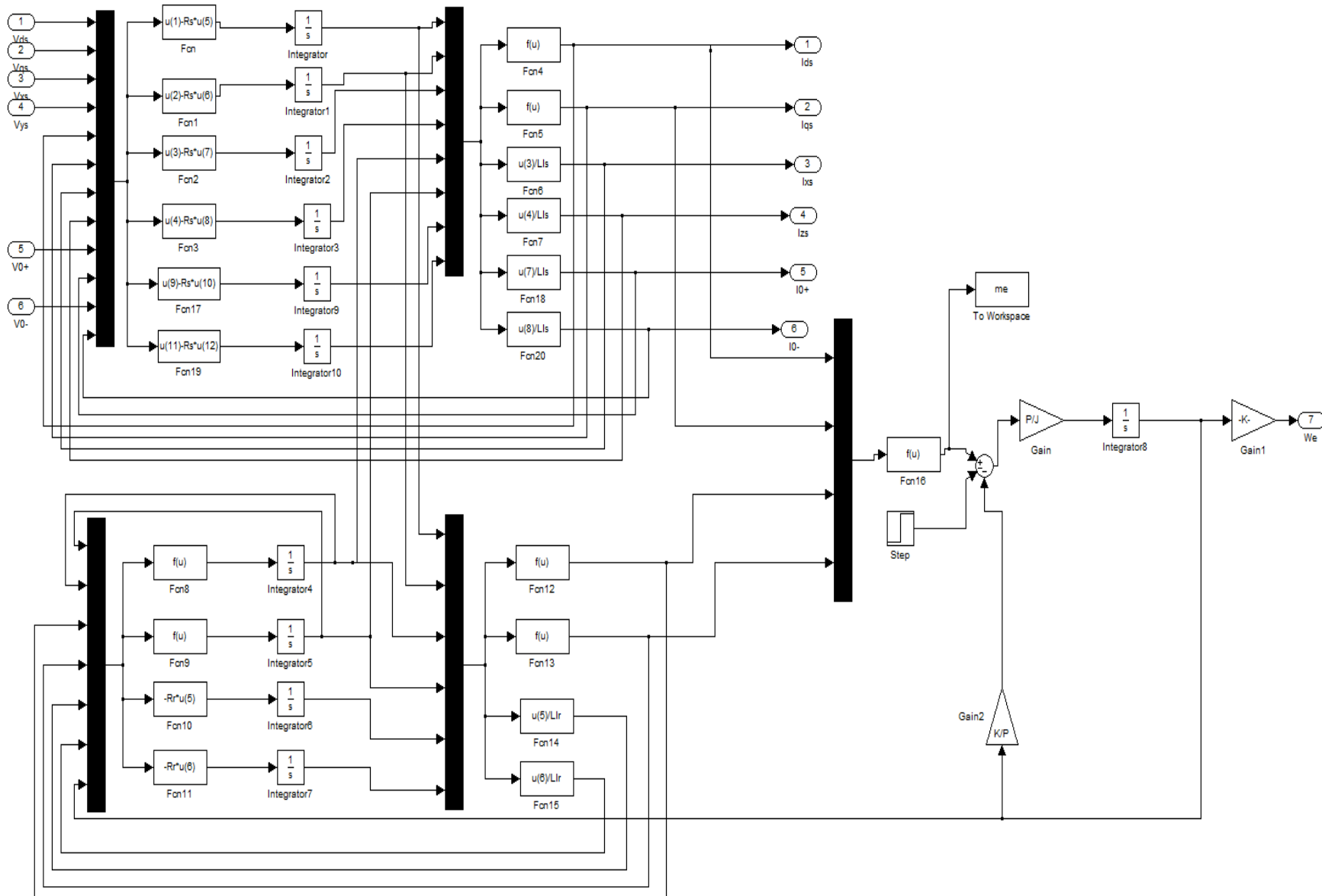
$$i_{dr} = \frac{\psi_{dr} (L_{ls} + L_m) - L_m \psi_{ds}}{L_{ls} L_{lr} + L_{ls} L_m + L_{lr} L_m}$$

$$i_{qr} = \frac{\psi_{qr} (L_{ls} + L_m) - L_m \psi_{qs}}{L_{ls} L_{lr} + L_{ls} L_m + L_{lr} L_m}$$

Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

- Ostale komponente statorskih struja (x - y i nulte komponente) se uvažavaju u simulaciji jer se bez njih ne mogu dobiti stvarne vrednosti statorskih struja kao izlazni podatak.
- Jednačine za x - y komponente i nulte komponente struja rotora nisu uvrštene u prethodne jednačine jer rotorske struje nemaju značaja u posmatranom slučaju, kao što je ranije objašnjeno.
- Uvažavaju se samo d - q komponente rotorskih struja jer one doprinose stvaranju momenta. Elektromagnetni moment se dobija primenom odgovarajućeg izraza u modelu, a električna brzina obrtanja rotora se dobija na isti način kao u prethodnom modelu.
- Grafici koji se dobijaju simulacijom na transformisanom modelu su identični sa odgovarajućim graphicima dobijenim simulacijom na modelu u originalnom faznom domenu, na osnovu čega se može se potvrditi ispravnost realizovanog modela šestofaznog motora u transformisanom domenu.

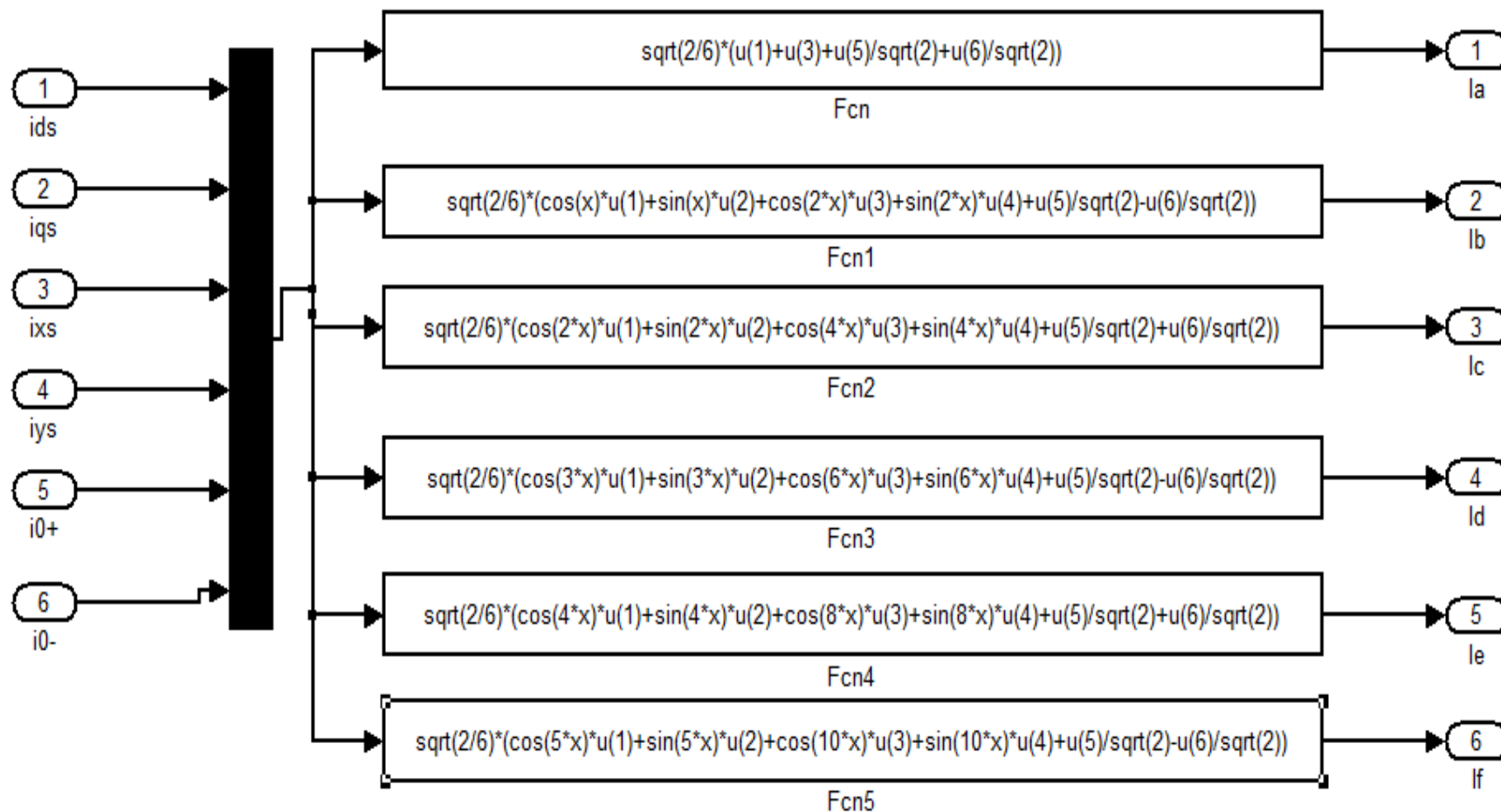
Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu



Blok *MOTOR* koji predstavlja realizaciju modela motora u dq sistemu

Model šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

- Podsystem *dq2ab* vrši kompletnu inverznu transformaciju. Kao izlazi iz ovog bloka dobijaju se stvarne vrednosti statorskih struja u originalnom faznom domenu.

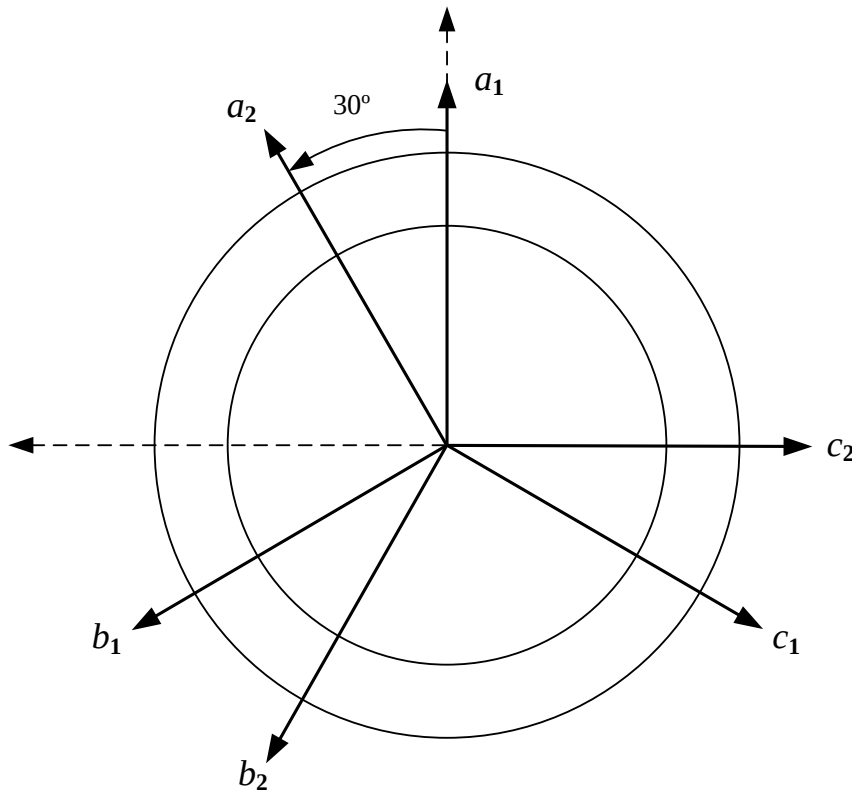


Blok *dq2ab* koji vrši inverznu transformaciju u odnosu na blok *ab2dq*

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora (model šestofaznog motora sa dva trofazna namotaja)

- U pogonima velike snage, sve je češće da se, umesto trofaznih motora, koriste motori sa više trofaznih namotaja. U tim slučajevima, najčešće se koristi šestofazni motor.

- Statorski namotaj se sastoji iz dva trofazna namotaja koja su prostorno pomerena za 30° . Presek motora sa osama namotaja prikazan je na slici ispod.

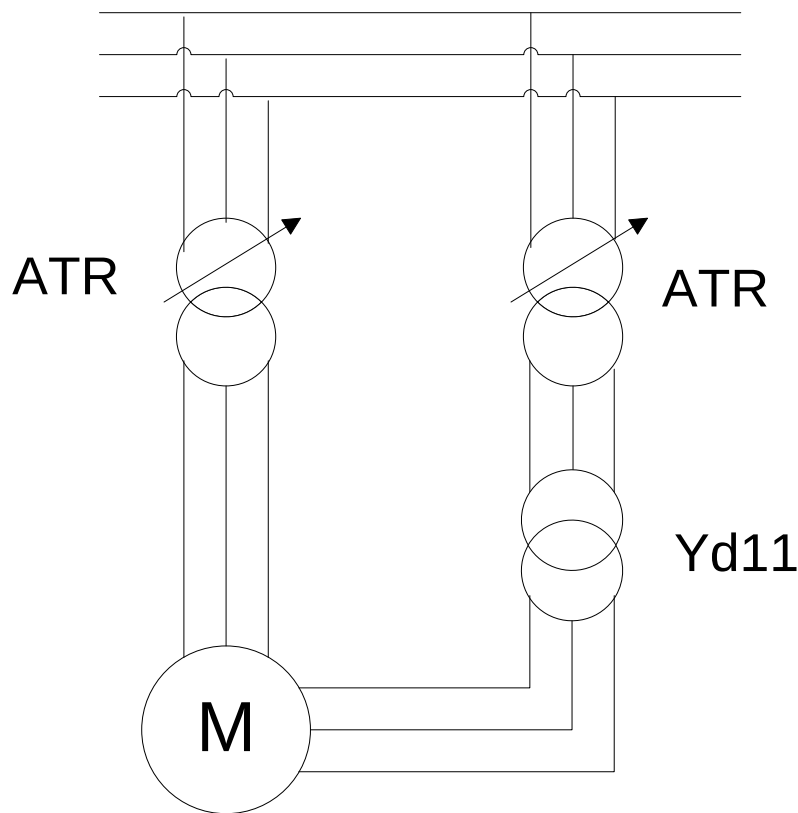


Prikaz magnetnih osa statora asimetričnog šestofaznog asinhronog motora

- Pošto sada postoje dva trofazna namotaja, faze su označene sa a , b , c , a indeksi 1 i 2 se odnose na prvi odnosno drugi trofazni namotaj (indeks s se podrazumeva). Prostorni pomeraj od 30° dovodi do asimetričnog pozicioniranja statorskih magnetnih osa po poprečnom preseku mašine. Takav tip višefaznih mašina se zato, obično naziva asimetričnim mašinama, pošto prostorni pomeraj između bilo koje dve susedne faze više nije jednak i više nije određen sa $2\pi/n$.

Model šestofaznog asinhronog motora u MATLAB/Simulink-u

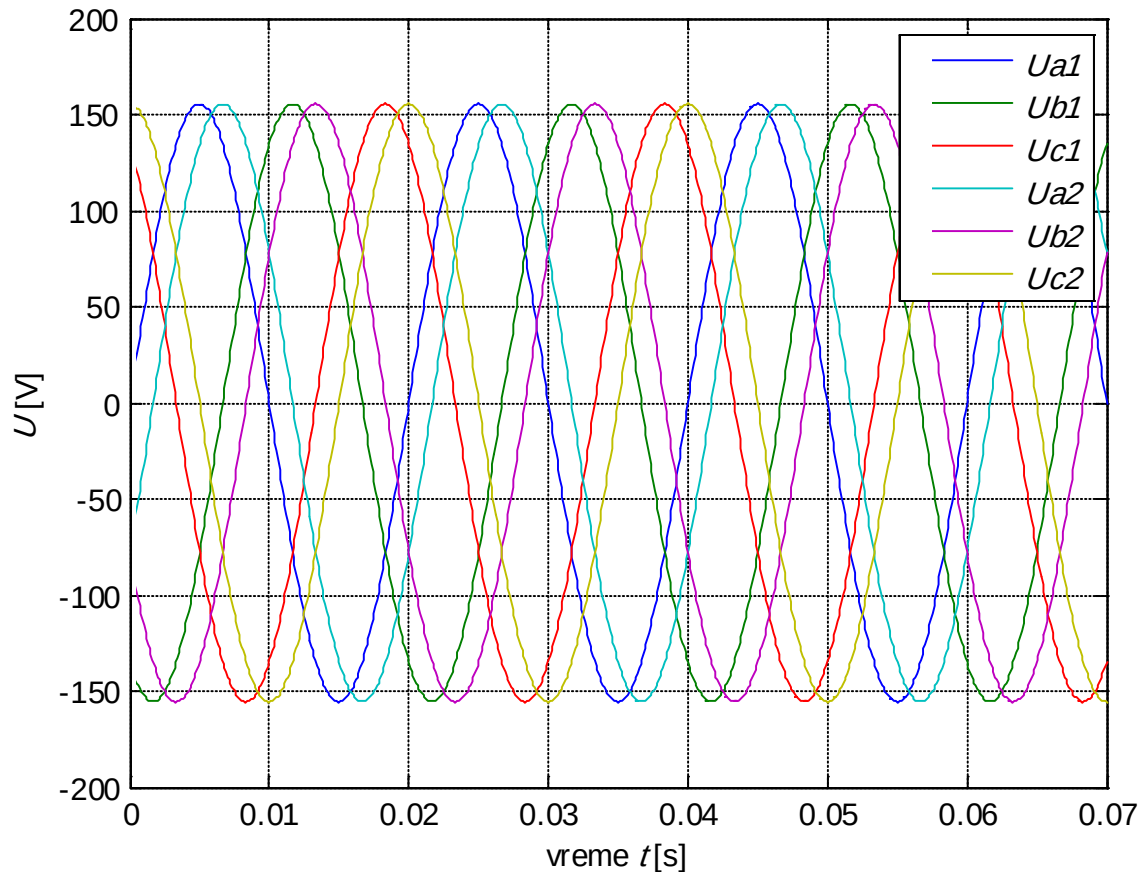
-U praksi se šestofazno napajanje motora može realizovati preko invertora ili tako što se na tri faze motora dovede trofazni napon iz mreže preko autotransformatora, a na ostale tri faze isto trofazni napon iz mreže preko autotransformatora, ali i prethodno fazno pomeren pomoću transformatora za 30° , kao na slici:



Realizacija šestofaznog napajanja motora bez invertora

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora (model šestofaznog motora sa dva trofazna namotaja)

-Umesto toga, postoji pomeraj između trofaznih namotaja jednak π/n (tj. u slučaju šestofaznog motora $\pi/6$). Osim toga, pošto je mašina bazirana na trofaznim namotajima i pošto u opštem slučaju postoji a takvih namotaja, neutralne tačke svakog individualnog trofaznog namotaja su izolovane, tako da postoji a izolovanih neutralnih tačaka. Dakle, u analiziranom slučaju šestofaznog asinhronog motora $a=2$.



Vremenska zavisnost napona napajanja asimetričnog šestofaznog asinhronog motora

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

-Isti principi modelovanja, koji važe za simetrični, važe i za asimetrične višefazne mašine.

- Finalni model mašine u zajedničkom referentnom sistemu ostaje važeći, pod uslovom da je matrica Klarkine (rasprežuće) transformacije prilagođena rasporedu namotaja prikazanom na prethodnoj slici. Za asimetrični šestofazni asinhroni motor matrica [C] ima sledeći oblik:

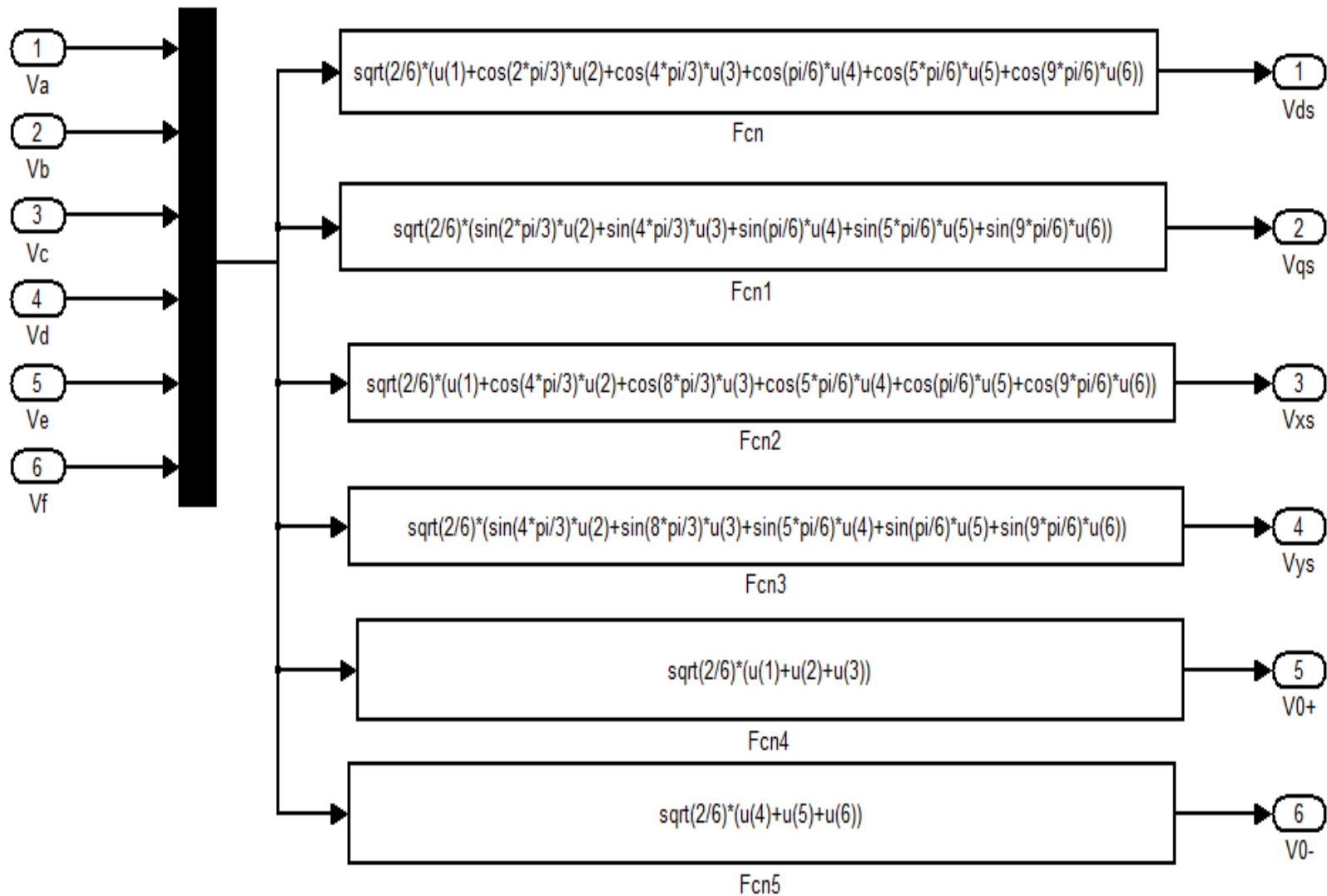
$$[C] = \sqrt{\frac{2}{6}} \begin{matrix} & \begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_2 & b_2 & c_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \alpha \\ \beta \\ x \\ y \\ 0_+ \\ 0_- \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & \cos(2\pi/3) & \cos(4\pi/3) & \cos(\pi/6) & \cos(5\pi/6) & \cos(9\pi/6) \\ 0 & \sin(2\pi/3) & \sin(4\pi/3) & \sin(\pi/6) & \sin(5\pi/6) & \sin(9\pi/6) \\ 1 & \cos(4\pi/3) & \cos(8\pi/3) & \cos(5\pi/6) & \cos(\pi/6) & \cos(9\pi/6) \\ 0 & \sin(4\pi/3) & \sin(8\pi/3) & \sin(5\pi/6) & \sin(\pi/6) & \sin(9\pi/6) \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- U gore navedenoj matrici, prva tri člana svake vrste se odnose na prvi trofazni namotaj, dok se druga tri člana odnose na drugi trofazni namotaj. Članovi poslednje dve vrste uzimaju u obzir da su neutralne tačke oba trofazna namotaja izolovane. Ako je asimetrični šestofazni motor raspregnut pomoću ove matrice, obrtna transformacija ostaje ista. Međutim, kompletna transformacija se mora izmeniti tako da se uvaži nova matrica [C] .

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

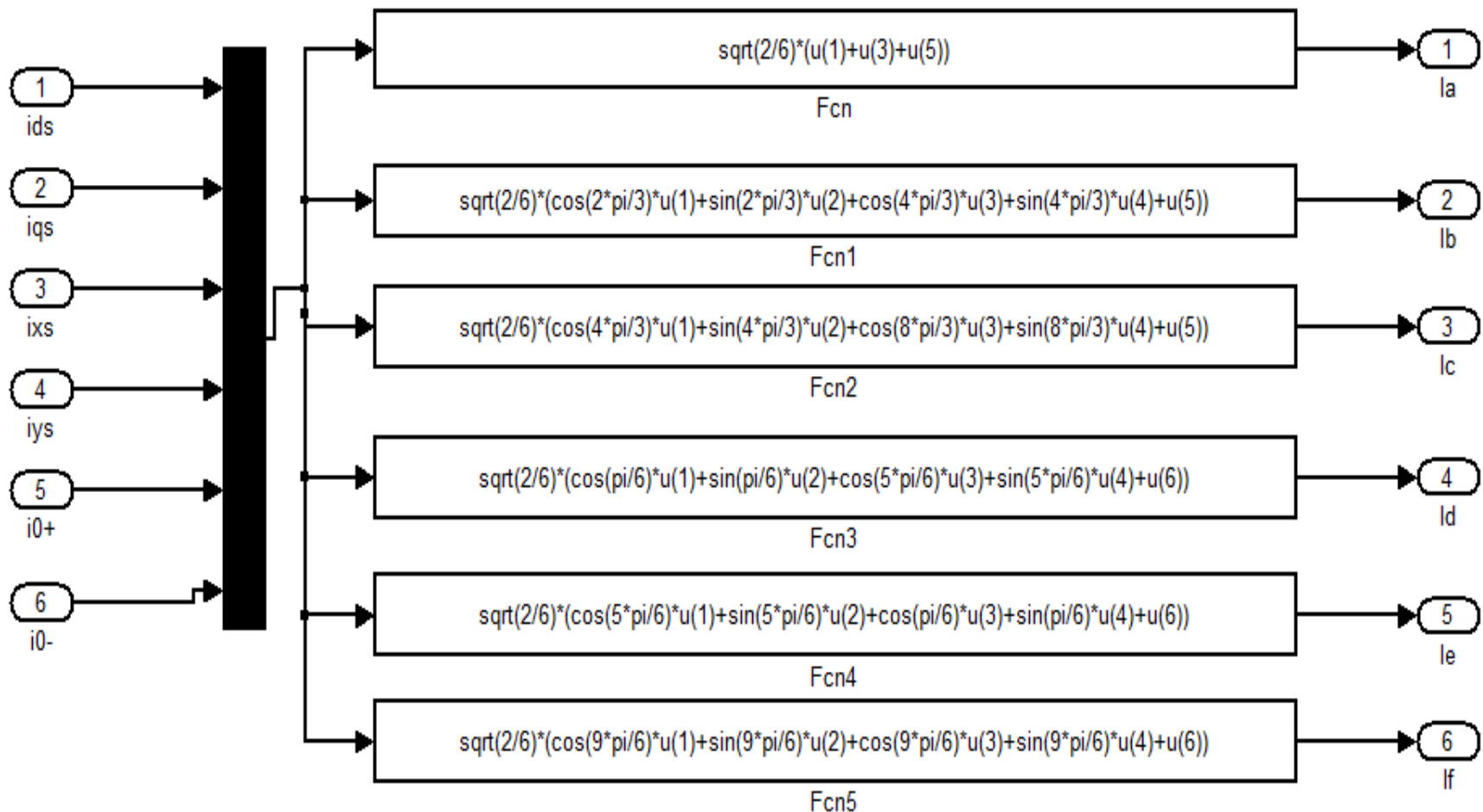
- Što se tiče modela u transformisanom domenu, rađenom u MATLAB/Simulink programskom alatu, treba izmeniti blokove koji simuliraju napajanje (*Sine Wave* blokove), tako da nova matrica C odgovara njihovom redosledu.
- Dakle, pošto je uzeto da je fazni stav faze a_1 jednak nuli, faza b_1 će imati fazni stav $-2\pi/3$, faza c_1 $-4\pi/3$, faza a_2 $-\pi/6$, faza b_2 $-5\pi/6$ i faza c_2 $-3\pi/2$ (ovakav je redosled *Sine Wave* blokova posmatrajući ih odozgo na dole).
- Takođe, treba promeniti podsisteme za transformaciju originalnih veličina u $d-q$ komponentni sistem. Podsystem (blok) $ab2dq$ iz modela za simetričnu mašinu treba izmeniti tako da transformacija koju vrši odgovara novoj matrici C, dok podsystem $dq2ab$ treba izmeniti tako da vrši inverznu transformaciju u odnosu na novi blok $ab2dq$.
- Novi podsystemi $ab2dq$ i $dq2ab$ prikazani su na narednim slikama, respektivno. Pošto se matematički model šestofaznog AM-a u $d-q$ sistemu ne menja, nema potrebe menjati podsystem *MOTOR*.

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu



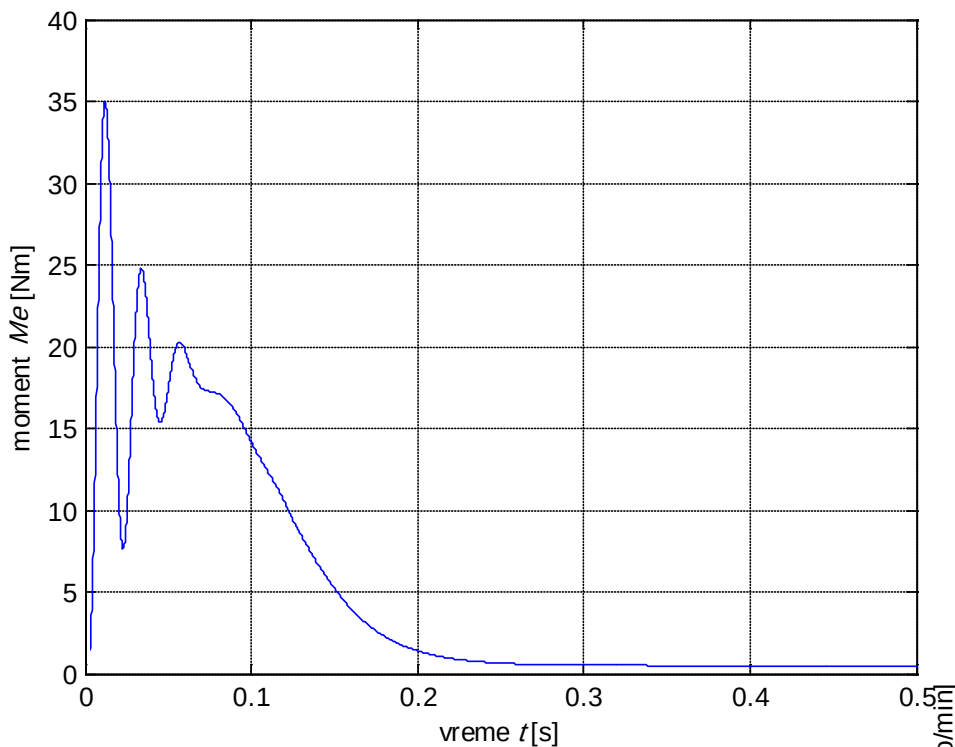
Podsystem *ab2dq* za asimetrični šestofazni AM

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu



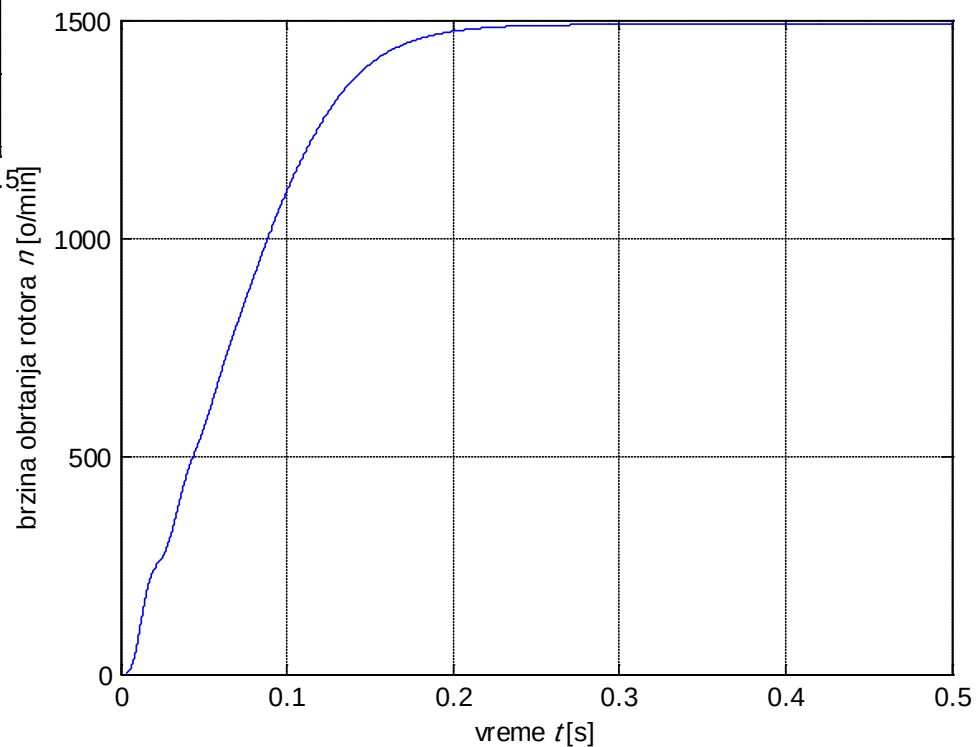
Podsystem *dq2ab* za asimetrični šestofazni AM

Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu



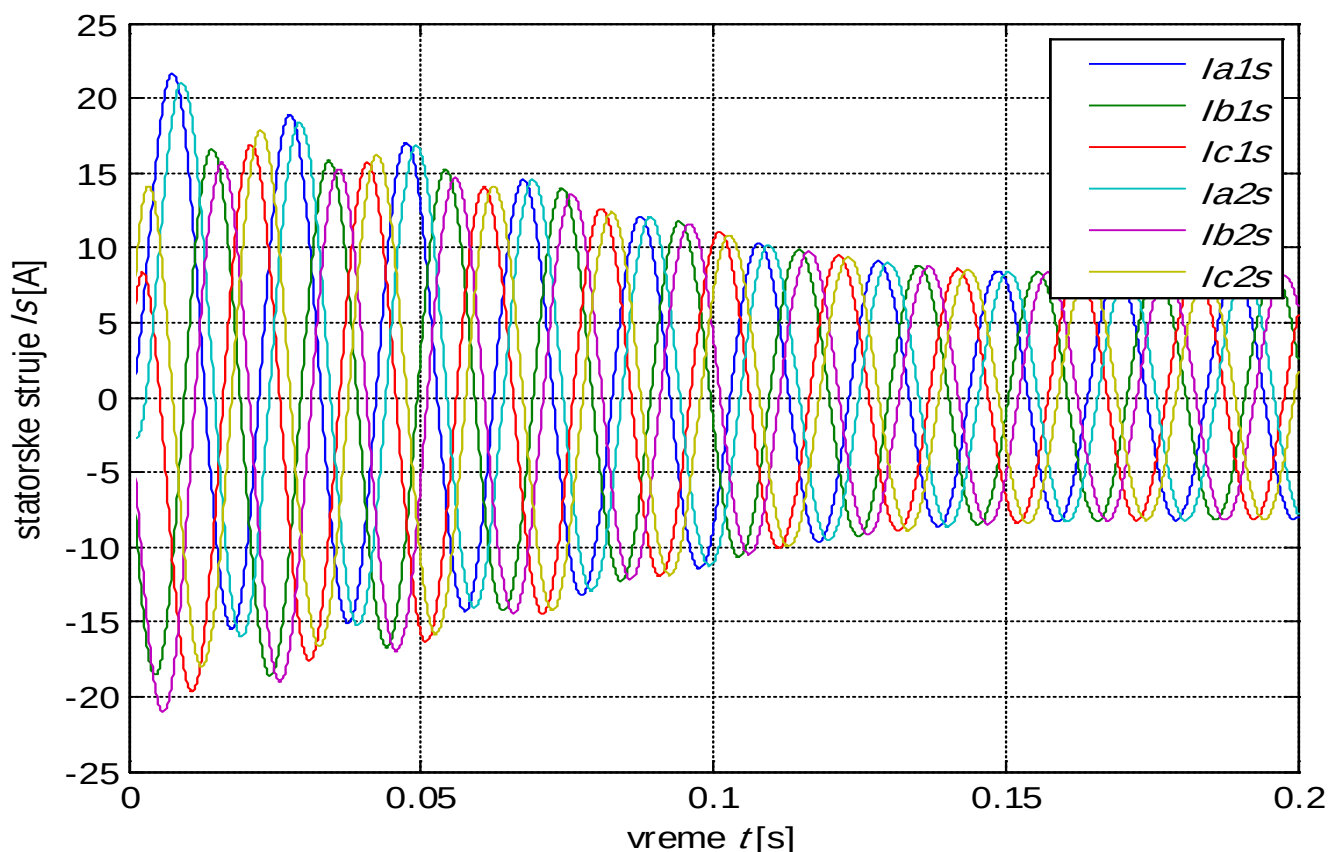
Podsystem *dq2ab* za asimetrični šestofazni AM

Vremenska zavisnost brzine obrtanja rotora asimetričnog šestofaznog AM-a



Modelovanje asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u transformisanom domenu

- Uz isti postupak puštanja simulacije i crtanja grafika kao i kod modela simetričnog asinhronog motora, dobijaju se praktično iste karakteristike elektromagnetnog momenta i brzine obrtanja rotora, dok se statorsche struje razlikuju. Sa slike ispod se vidi da fazni pomeraj između statorskih struja bilo koje dve susedne faze više nije isti.



Vremenska zavisnost statorskih struja asimetričnog šestofaznog AM-a

Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Što se tiče modela u originalnom faznom domenu (ab domenu), takođe se polazi od postojećeg modela simetričnog AM-a u koji treba uvesti određene izmene. Za početak, treba promeniti, kao i u modelu u dq domenu, blokove kojima se modeluju naponi napajanja (*Sine Wave* blokove). U ovom slučaju, posmatrajući *Sine Wave* blokove odozgo na dole faze su unesene tako da imaju sledeći redosled $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ ($0, -\pi/6, -2\pi/3, -5\pi/6, -4\pi/3, -3\pi/2$, respektivno). Takođe treba promeniti matricu induktivnosti statorskog namotaja, tako da odgovara rasporedu magnetnih osa statorskog namotaja prikazanom na slici za asimetričnu mašinu.

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_{ls} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) \\ M \cos(\pi/6) & L_{ls} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{ls} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) \\ M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{ls} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{ls} + M & M \cos(\pi/6) \\ M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{ls} + M \end{bmatrix}$$

Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Pošto se u rotorskom namotaju indukuju struje, takve da se on ponaša kao šestofazni namotaj sa istim prostornim pomerajem faza kao što je kod statorskog namotaja, treba promeniti i matricu induktivnosti rotorskog namotaja.

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) \\ M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) \\ M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) \\ M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M \end{bmatrix}$$

-Ove promene se unose u simulacioni model tako što se izmeni m-datoteka pomoću koje se unose matrice induktivnosti statorskog i rotorskog namotaja.

Sadržaj datoteke je:

```
Lss=[Lls+M M*cos(pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(5*pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(pi/2)
M*cos(pi/6) Lls+M M*cos(pi/2) M*cos(4*pi/6) M*cos(5*pi/6) M*cos(4*pi/6)
M*cos(4*pi/6) M*cos(pi/2) Lls+M M*cos(pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(5*pi/6)
M*cos(5*pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(pi/6) Lls+M M*cos(pi/2) M*cos(4*pi/6)
M*cos(4*pi/6) M*cos(5*pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(pi/2) Lls+M M*cos(pi/6)
M*cos(pi/2) M*cos(4*pi/6) M*cos(5*pi/6) M*cos(4*pi/6) M*cos(pi/6) Lls+M];
```

Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

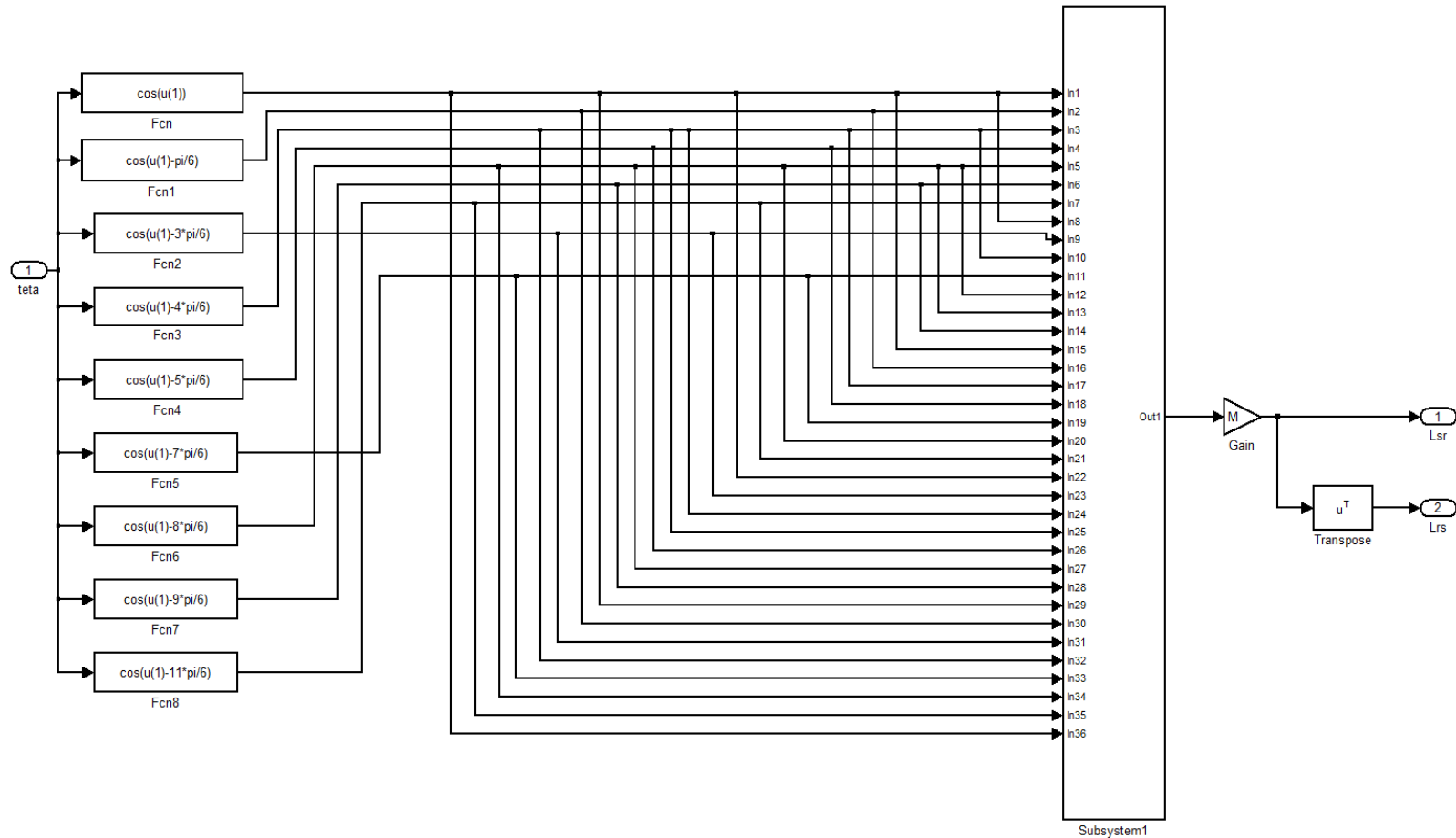
$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) \\ M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) \\ M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) \\ M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/2) & L_{lr} + M & M \cos(\pi/6) \\ M \cos(\pi/2) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(5\pi/6) & M \cos(4\pi/6) & M \cos(\pi/6) & L_{lr} + M \end{bmatrix};$$

- Očigledno je da će se, iz istih razloga, promeniti i matrica međusobnih induktivnosti statora ka rotoru $[L_{sr}]$ (kao i matrica međusobnih induktivnosti rotora ka statoru $[L_{rs}]$).

$$[L_{sr}] = M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{11\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{8\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{7\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{3\pi}{6}) \\ \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{9\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{8\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{5\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{3\pi}{6}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{1}{6}\pi) & \cos(\theta - \frac{18\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{7\pi}{6}) \\ \cos(\theta - \frac{5\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{9\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{8\pi}{6}) \\ \cos(\theta - \frac{8\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{7\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{3\pi}{6}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{1}{6}\pi) \\ \cos(\theta - \frac{9\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{8\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{5\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{6}) & \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

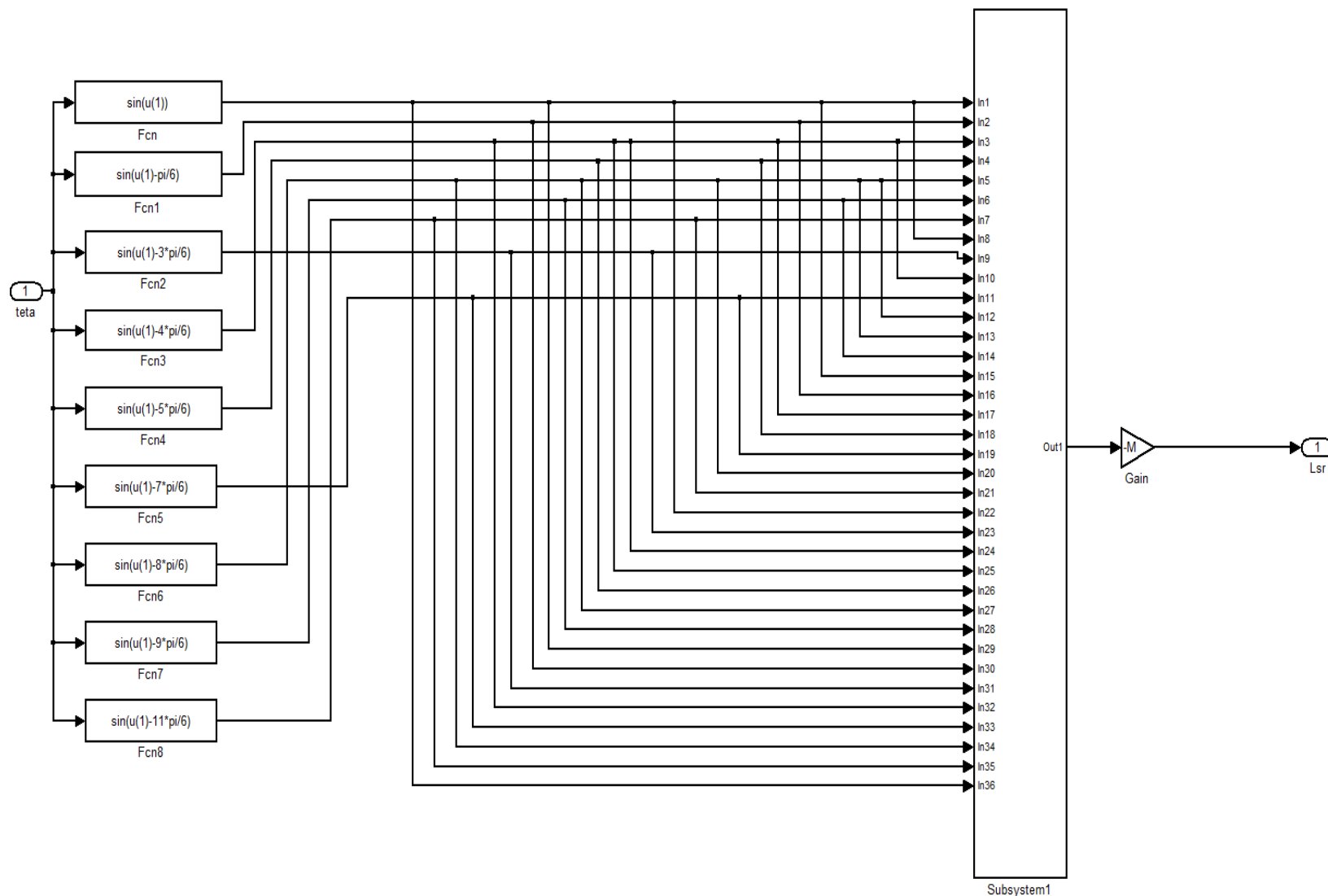
Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

- Zbog promene matrice $[L_{sr}]$ treba izmeniti podsistem L_{sr} , kao i podsistem L_{sr1} (jer se u njemu formira deo jednačine momenta koji predstavlja izvod matrice $[L_{sr}]$ po uglu θ). Njihov novi izgled predstavljen je na sledećim slikama:



Podsistem L_{sr} prilagođen matrici

Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu



Podistem *Lsr1* prilagođen asimetričnom motoru

Model asimetričnog šestofaznog asinhronog motora u originalnom faznom domenu

-Već poznatom procedurom, učitavaju se potrebne m-datoteke i simulacioni model, nakon čega se dobijaju karakteristike brzine obrtanja rotora, elektromagnetnog momenta i statorskih struja

Literatura

- [1] Emil Levi, *Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.55, No.5, May 2008, pp.1893 – 1909.
- [2] Emil Levi, *Utilisation of Multiphase Electric Machines in Electric Vehicles*, predavanje po pozivu, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, Mart 2018.
- [3] Haitham Abu-Rub, Atif Iqbal, Jaroslaw Guzinski, *High Performance Control of AC Drives with MATLAB/Simulink Models*, John Wiley & Sons, Ltd., 2012.
- [4] Marko Šinik, *Razvoj i verifikacija modela šestofaznog asinhronog motora*, diplomski rad, Laboratorija za elektromotorne pogone, ETF, septembar 2016.