

**ELEKTROMOTORNI POGON
SA SINHRONIM MOTOROM
SA PERMANENTNIM
MAGNETIMA**
**dinamički model i vektorsko
upravljanje**

DINAMIČKI MODEL DVOFAZNOG SINHRONOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA NA ROTORU

- Dinamički model dvofaznog sinhronog motora sa permanentnim magnetima u stacionarnom dvofaznom dq referentnom sistemu kod koga je $\omega_{rs} = 0$

Naponske jednačine za stator:

$$u_{qs} = R_q i_{qs} + p\psi_{qs}$$

$$u_{ds} = R_d i_{ds} + p\psi_{ds}$$

Model se izvodi pod sledećim uslovima:

1. statorski namotaj je ravnomerno sinusoidalno raspoređen po obimu statora, pa je i mps statora sinusoidalna.
2. Induktivnost statora se menja sinusoidalno sa promenom položaja rotora.
3. Zasićenje magnetnog kola statora i promena parametara mašine u toku rada se zanemaruje.

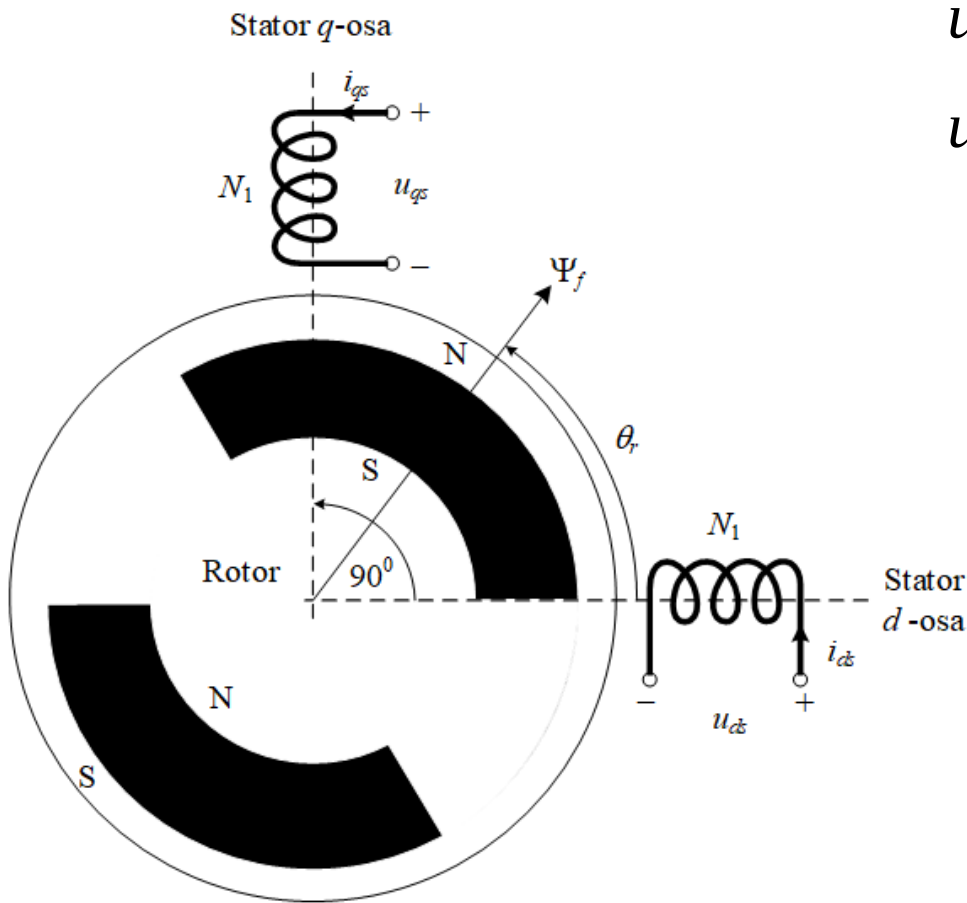
p - operator diferenciranja, d/dt

u_{qs} i u_{ds} su naponi u q i d namotaju statora

i_{qs} i i_{ds} su struje u q i d namotaju statora

R_q i R_d su otpornosti q i d namotaja statora

ψ_{qs} i ψ_{ds} su fluksevi q i d namotaja statora



Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_f \sin \theta_r$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_f \cos \theta_r$$

gde su: θ_r – trenutni položaj rotora (električni ugao), $R_d=R_q=R_s$ otpornosti statorskog namotaja, koje su jednake pod uslovom da je mašina simetrična.

$$u_{qs} = R_s i_{qs} + i_{qs} p L_{qq} + L_{qq} p i_{qs} + L_{qd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{qd} + \psi_f p \sin \theta_r$$

$$u_{ds} = R_s i_{ds} + i_{qs} p L_{qd} + L_{qd} p i_{qs} + L_{dd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{dd} + \psi_f p \cos \theta_r$$

Gde su

L_{ij} ($i, j = d, q$) sopstvene i međusobne induktivnosti namotaja statora

$$L_{qq} = \frac{1}{2} \left[(L_q + L_d) + (L_q - L_d) \cos(2\theta_r) \right]$$

$$L_{dd} = \frac{1}{2} \left[(L_q + L_d) - (L_q - L_d) \cos(2\theta_r) \right]$$

Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_f \sin \theta_r$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_f \cos \theta_r$$

Dakle za $\theta_r = 0^\circ$, $L_{dd}=L_d$, a za $\theta_r = 90^\circ$, $L_{dd}=L_q$. Dalje važi da je:

$$L_{qq} = L_1 + L_2 \cos(2\theta_r)$$

$$L_{dd} = L_1 - L_2 \cos(2\theta_r)$$

Gde je:

$$L_1 = \frac{1}{2}(L_q + L_d)$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(L_q - L_d)$$

-Međusobne induktivnosti između namotaja u q i d osama su NULA, ako je rotor cilindričan i gladak, jer fluks koji je stvorila struja u jednom namotaju neće biti obuhvaćen namotajem koji je pomeren za 90° (sinusna raspodela namotaja na statoru). Kod sinhronne mašine sa ukopanim magnetima, postoji anizotropnost, pa će se deo fluksa koji stvara namotaj u osi d obuhvatiti namotajem u osi q .

- Što se tiče međusobne induktivnosti, kada je pozicija rotora 0° ili 90° , međusobno sprezanje je jednako 0, ali je zato maksimalno kada je rotor u poziciji -45° . Zato, ako pretpostavimo sinusoidalnu raspodelu, međusobna induktivnost se može napisati kao:

$$L_{qd} = \frac{1}{2}(L_d - L_q)\sin(2\theta_r) = -L_2 \sin(2\theta_r)$$

U slučaju PMSM, $L_q > L_d$ uvek, zato što je d osa postavljena u pravac fluksa permanentnog magneta.

Zamenom izraza za sopstvene i međusobne induktivnosti u funkciji položaja rotora u naponske jednačine statora, dobiće se da veliki broj članova zavisi od položaja rotora.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} &= R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos 2\theta_r & -L_2 \sin 2\theta_r \\ -L_2 \sin 2\theta_r & L_1 - L_2 \cos 2\theta_r \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \\ &+ 2\omega_r L_2 \begin{bmatrix} -\sin 2\theta_r & -\cos 2\theta_r \\ -\cos 2\theta_r & \sin 2\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_f \omega_r \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ -\sin \theta_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- Primetiti da je treći član posledica anizotropnosti, tj. kada važi $L_q \neq L_d$

-U slučaju da su magneti površinski montirani (SPMSM), induktivnosti su jednake, pa je zbog toga $L_2=0$ i treći član ne postoji. Takođe nestaju i ostali članovi u matrici koji zavise od L_2 , pa se za SPMSM dobijaju vrlo jednostavne finalne naponske jednačine:

$$\begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_f \omega_r \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ -\sin \theta_r \end{bmatrix}$$

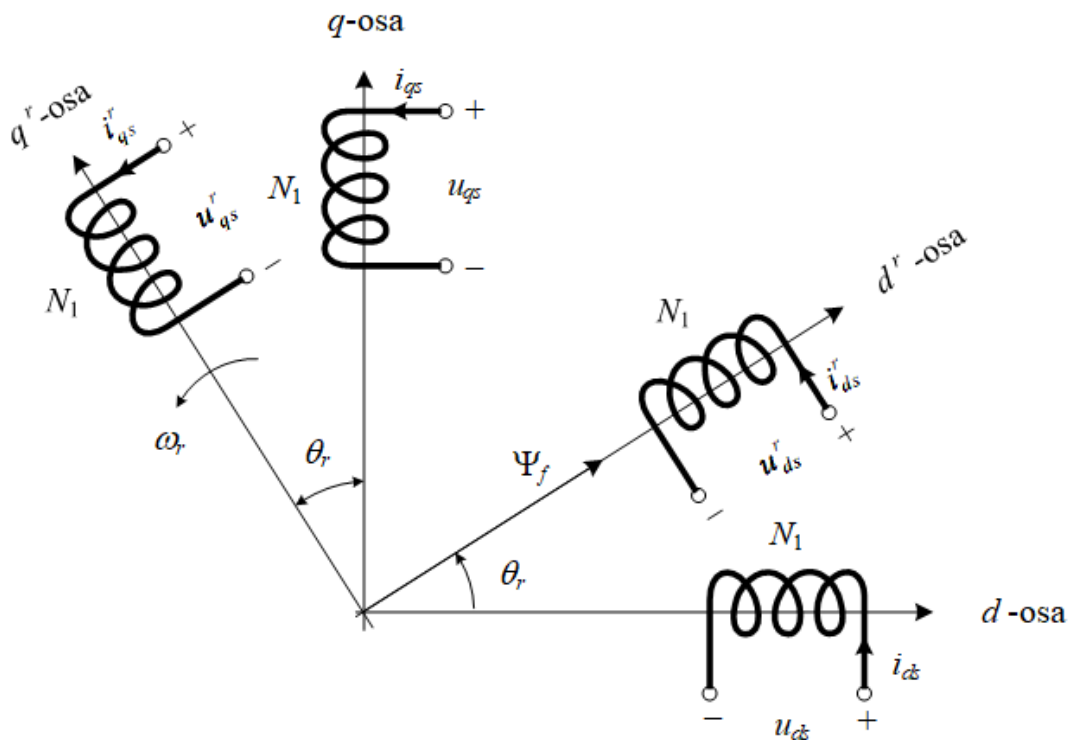
-Treba zapaziti da u jednačinama anizotropnog PMSM-a $L_q \neq L_d$ (sa ukopanim PM, IPMSM) induktivnosti zavise od položaja rotora. Rešenja takvih jednačina postaju otežana uprkos upotrebi računara. Pored toga, jednačine u njihovoj sadašnjoj formi ne pružaju uvid u dinamiku mašine.

- Ako se zavisnost od položaja rotora eliminiše transformacijom, onda jednačine mogu postati pogodne za dobijanje osnovnih rezultata kao što su ekvivalentna šema, blok dijagram, funkcije prenosa i, pre svega, jednačine u stacionarnom stanju i fazorski dijagram. Oni su ključni za razumevanje mašine i njenih performansi kako u pogledu statike, tako i u pogledu dinamike.

- Sledeći korak je dobijanje transformacijom naponskih jednačina za stator, eliminacijom zavisnosti od položaja rotora.

Transformacija u referentni sistem vezan za rotor

- Zapaziti da položaj rotora određuje indukovanu ems i utiče na dinamički model PMSM-a. Zbog toga, gledajući ceo sistem sa rotora, tj. iz referentnog sistema vezanog za rotor, matrica induktivnosti postaje nezavisna od položaja rotora, što dovodi do pojednostavljenja sistema jednačina (transformacijom iz stacionarnog referentnog sistema u referentni sistem vezan za rotor, magnetopobudne sile ostaju iste).



Transformacija iz stacionarnog dq sistema (vezanog za stator) u referentni sistem vezan za rotor $d^r q^r$.

$$i_{qds} = \begin{bmatrix} K^r \end{bmatrix} i_{qds}^r$$

$$i_{qds} = \begin{bmatrix} i_{qs} & i_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$i_{qds}^r = \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

$$K^r = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

- Brzina referentnog sistema vezanog za rotor je:

$$\dot{\theta}_r = \omega_r$$

- Slično:

$$u_{qds} = \begin{bmatrix} K^r \end{bmatrix} u_{qds}^r$$

$$u_{qds} = \begin{bmatrix} u_{qs} & u_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$u_{qds}^r = \begin{bmatrix} u_{qs}^r & u_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

- Zamenjujući prethodne izraze u naponske jednačine, dobija se:

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_f \omega_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Treba zapaziti da induktivnosti više ne zavise od položaja rotora, ali da je model i dalje nelinearan (postoji proizvod dve promenljive, struje statora i brzine rotora).
- Takođe važi:

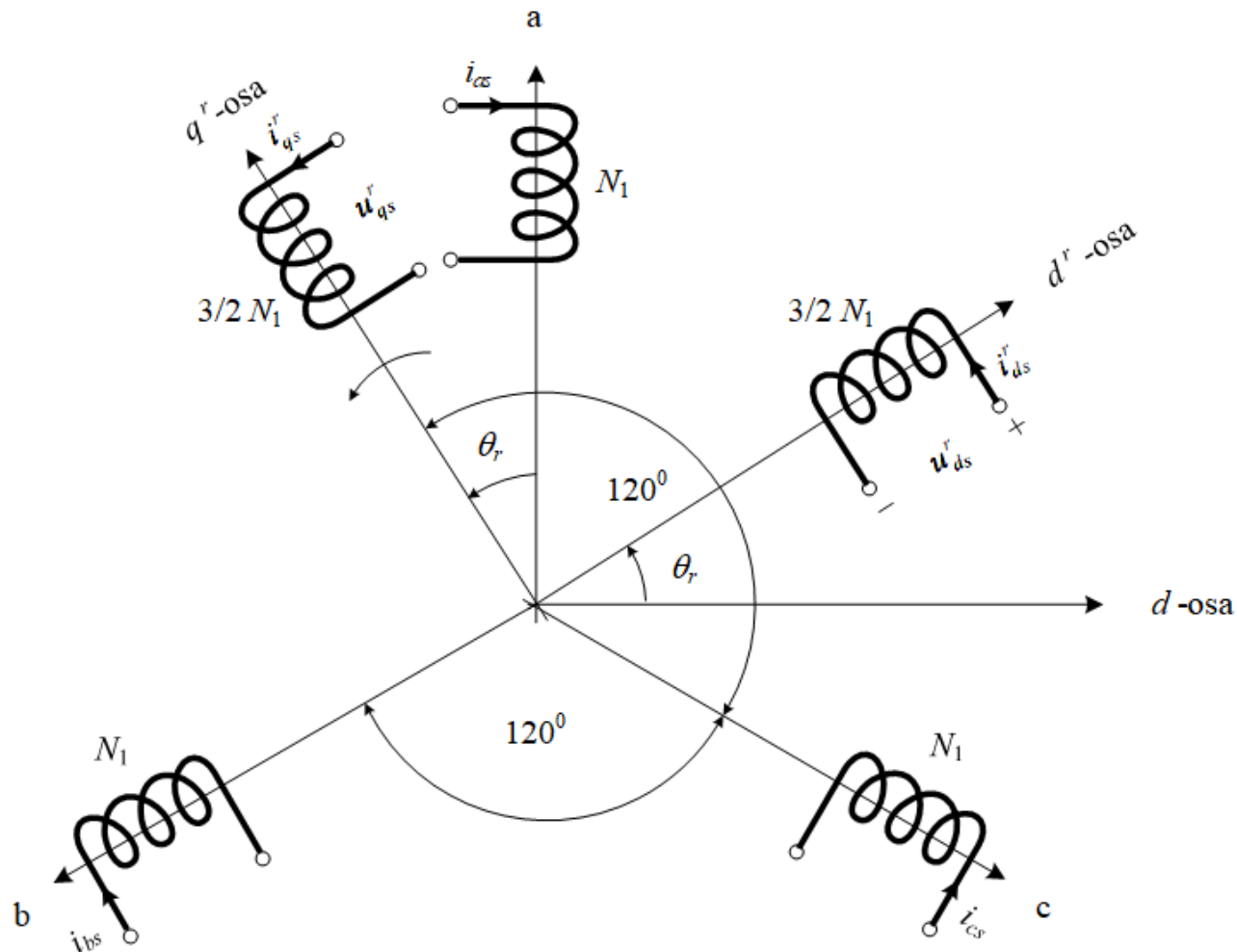
$$i_{qds}^r = \left[K^r \right]^{-1} i_{qds}$$

Transformacija dvofaznog u trofazni sistem

- Model koji je do sada razvijen važi za dvofazni PMSM, koji se retko koristi u industrijskim aplikacijama u kojima dominiraju trofazni PMSM. Zato treba izvesti dinamički model za trofazni PMSM na osnovu dvofaznog, uspostavljanjem ekvivalencije između tri i dve faze.
- Ovaj koncept se zasniva na jednakosti rezultatnih magnetopobudnih sila proizvedenih u dvofaznom i trofaznom namotaju i jednakosti impedanse u oba sistema, po istom principu kao i kod asinhronih mašina.
- Treba primeniti množenje transformatorskom matricom $\mathbf{K}_s^{-1}$, za $\theta_{rs} = \theta_r$.

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{rs} & \sin \theta_{rs} & 1 \\ \cos(\theta_{rs} - \alpha) & \sin(\theta_{rs} - \alpha) & 1 \\ \cos(\theta_{rs} + \alpha) & \sin(\theta_{rs} + \alpha) & 1 \end{bmatrix}$$

Transformacija dvofaznog u trofazni sistem



- Veza između $dq0$ i abc struja je:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_r & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} i_{qd0}^r &= \mathbf{K}_s i_{abc} \\ i_{qd0}^r &= \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r & i_0 \end{bmatrix}^t \quad \mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta_r & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ i_{abc} &= \begin{bmatrix} i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \end{bmatrix}^t \end{aligned}$$

- Takode važi:

$$i_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot i_{qd0}^r$$

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 1 \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}$$

Izraz za snagu

- Ulazna snaga trofazne mašine mora biti jednaka ulaznoj snazi dvofazne mašine, što je vrlo značajno za modelovanje, analizu i simulacije. Ovakav princip je usvojen u izvođenju izraza za snagu:

$$p_i = u_{abc}^t i_{abc} = u_{as} i_{as} + u_{bs} i_{bs} + u_{cs} i_{cs}$$

$$i_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot i_{qd0}^r$$

$$u_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot u_{qd0}^r$$

$$p_i = \left(u_{qd0}^r \right)^t \left(\mathbf{K}_s^{-1} \right)^t \left[\mathbf{K}_s \right]^{-1} i_{qd0}^r$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[\left(u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right) + 2u_0 i_0 \right]$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right] \quad \begin{array}{l} \text{- Nultih komponenti nema u} \\ \text{uravnoteženom sistemu napona i} \\ \text{struja.} \end{array}$$

Izraz za snagu i elektromagnetni moment

-Elektromagnetni moment je najvažnija izlazna veličina koja određuje mehaničku dinamiku mašine, kao što je pozicija rotora i brzina. Određuje se na osnovu izraza za mehaničku (izlaznu) snagu. Dakle, izlazna snaga je razlika između ulazne snage i gubitaka snage u stacionarnom stanju.

- Na osnovu ovih zaključaka, elektromagnetni moment je izveden na sledeći način:

$$U = [R]i + [L]pi + [G]\omega_r i$$

$$p_i = i^t U = i^t [R]i + i^t [L]pi + i^t [G]\omega_r i$$

Gde je:

$[R]$ – *matrica otpornosti*

$[L]$ – matrica koja se sastoji od induktivnosti koje se diferenciraju sa operatorom p

$[G]$ - matrica čiji su elementi koeficijenti koji idu uz električnu brzinu rotora, ω_r

- Prvi član u izrazu za snagu predstavlja električne gubitke u statoru i rotoru, drugi promenu magnetne energije u sprežnom polju, a treći član predstavlja snagu obrtnog polja.

- Prema tome, važi da je:

$$\omega_m m_e = P_m = i^t [G] i \omega_r = i^t [G] i P \omega_m$$

$$m_e = P i^t [G] i$$

- P je broj pari polova. Zamenjujući vrednosti iz matrice G , dobija se:

$$\begin{aligned} p_i &= \frac{3}{2} \left[u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right] \\ &= \frac{3}{2} \left[R_s \left[\left(i_{qs}^r \right)^2 + \left(i_{ds}^r \right)^2 \right] + \left\{ L_q i_{qs}^r p i_{qs}^r + L_d i_{ds}^r p i_{ds}^r \right\} + \omega_r \left\{ \psi_f + (L_d - L_q) i_{ds}^r \right\} i_{qs}^r \right] \end{aligned}$$

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f + (L_d - L_q) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r \text{ (Nm)}$$

Izraz za moment u karakterističnim slučajevima – statičke karakteristike

- Ako su struje statora PMSM-a definisane sledećim izrazima,

$$\begin{aligned} I_{qs} &= I_m \sin(\omega_r t + \delta) \\ I_{ds} &= I_m \cos(\omega_r t + \delta) \end{aligned}$$

gde je I_m amplituda struje statora i maksimalna vrednost struje u d i q osi, a ugao δ je ugao momenta (ugao između ose permanentnih magneta i fazora struje statora).
Primenom transformacije pomoću matrice K' , struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor postaju:

$$\begin{aligned} I_{qs}^r &= I_m \sin \delta \\ I_{ds}^r &= I_m \cos \delta \end{aligned}$$

- Zamenom q i d komponente struje statora iz referentnog sistema vezanog za rotor u izraz za moment, dobija se:

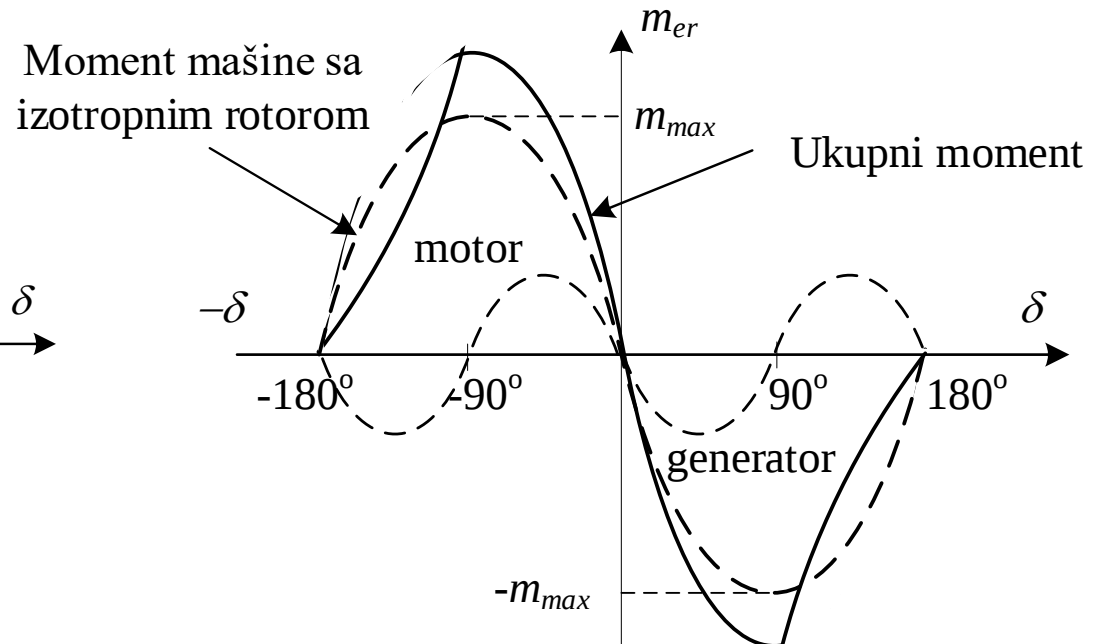
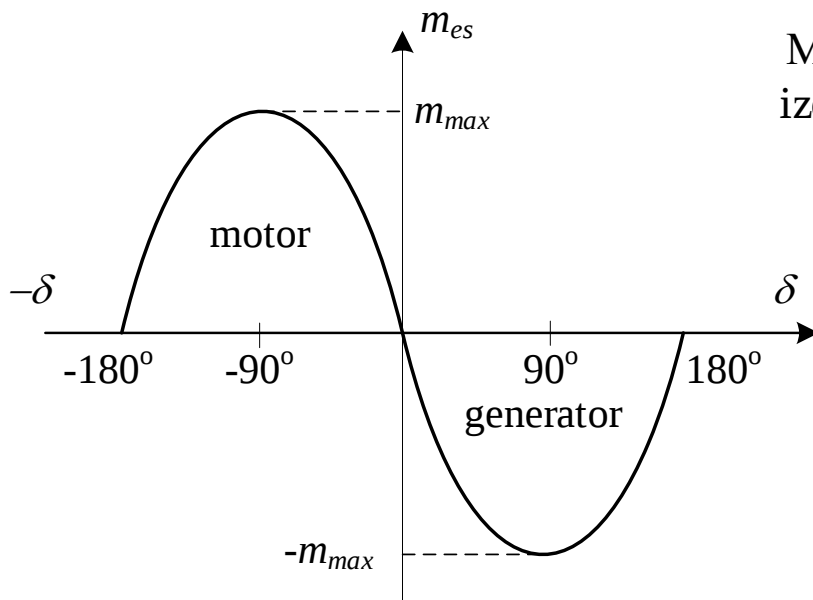
$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f I_m \sin \delta + \frac{1}{2} (L_d - L_q) I_m^2 \sin 2\delta \right] (\text{Nm})$$

Zavisnost momenta PMSM-a od δ ugla momenta (snage) statička karakteristika

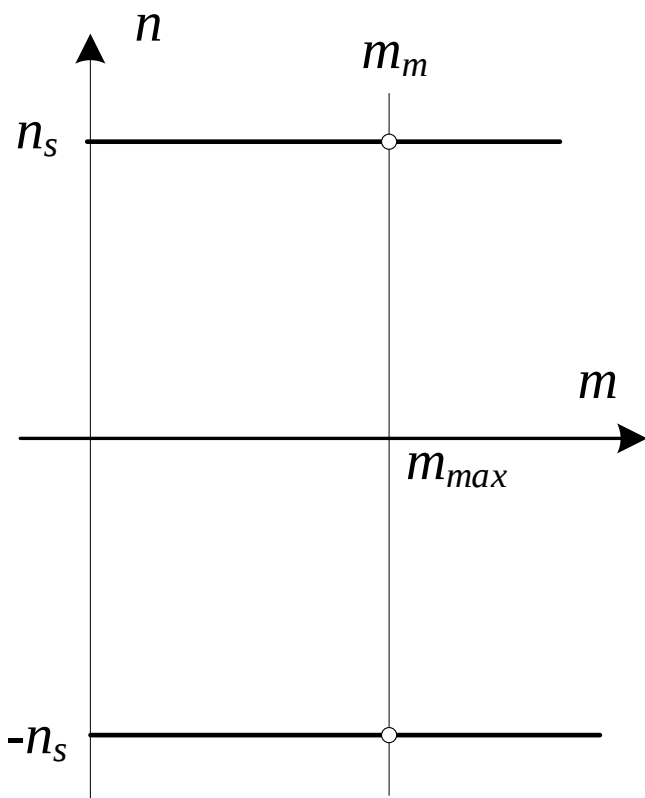
- Treba zapaziti da moment ima dve komponente:
 - sinhroni moment m_{es} (prva komponenta koja predstavlja proizvod fluksa rotora i q komponente struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor)
 - reluktantni moment m_{er} (druga komponenta, posledica anizotropnosti rotora)

$$m_{es} = \frac{3P}{2} \psi_f I_m \sin \delta$$

$$m_{er} = \frac{3P}{2} \left[\frac{1}{2} (L_d - L_q) \right] I_m^2 \sin 2\delta$$



Izraz za moment preko flukseva statora



Mehanička karakteristika
sinhrona mašine

$$\psi_{ds}^r = \psi_f + L_d i_{ds}^r$$

$$\psi_{qs}^r = L_q i_{qs}^r$$

- Izražavanjem struja preko flukseva i
zamenom u izraz za momenat

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f + (L_d - L_q) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r$$

$$m_e = \frac{3P}{2} \frac{1}{L_q} \left[\rho \psi_f + (1 - \rho) \psi_{ds}^r \right] \psi_{qs}^r =$$

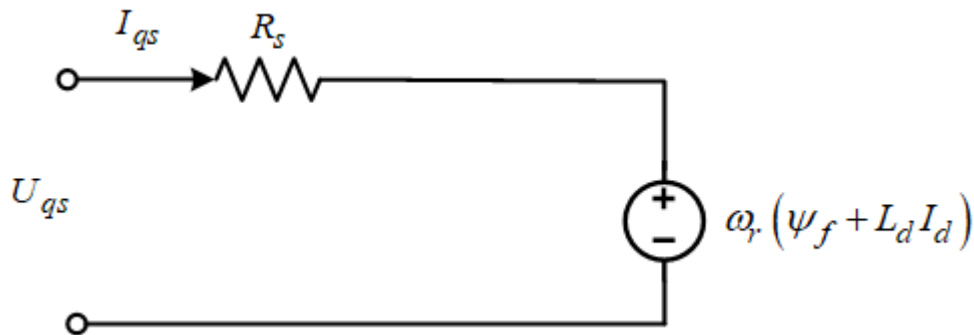
$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right]$$

$$\rho = \frac{L_q}{L_d} \quad \rho - \text{koeficijent anizotropnosti}$$

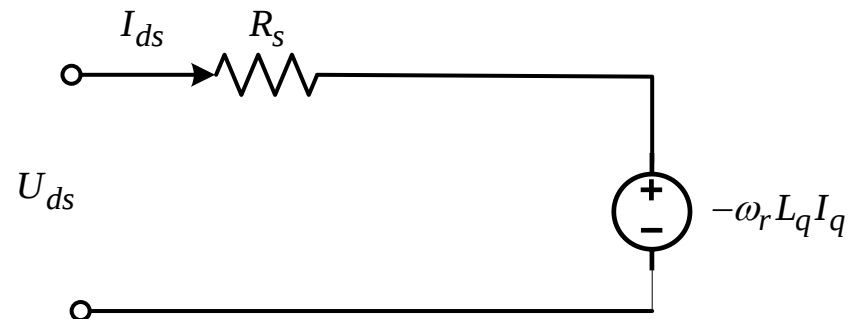
EKVIVALENTNE ŠEME ZA PMSM

- Stacionarna radna stanja sinhronog motora, analiziraju se pomoću ekvivalentnih šema, fazorskih dijagrama i mehaničkih karakteristika. Stacionarna stanja se dobijaju kada se svi izvodi promenljivih u dinamičkom modelu izjednače sa 0.

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_f \omega_r \\ 0 \end{bmatrix}$$



a)



b)

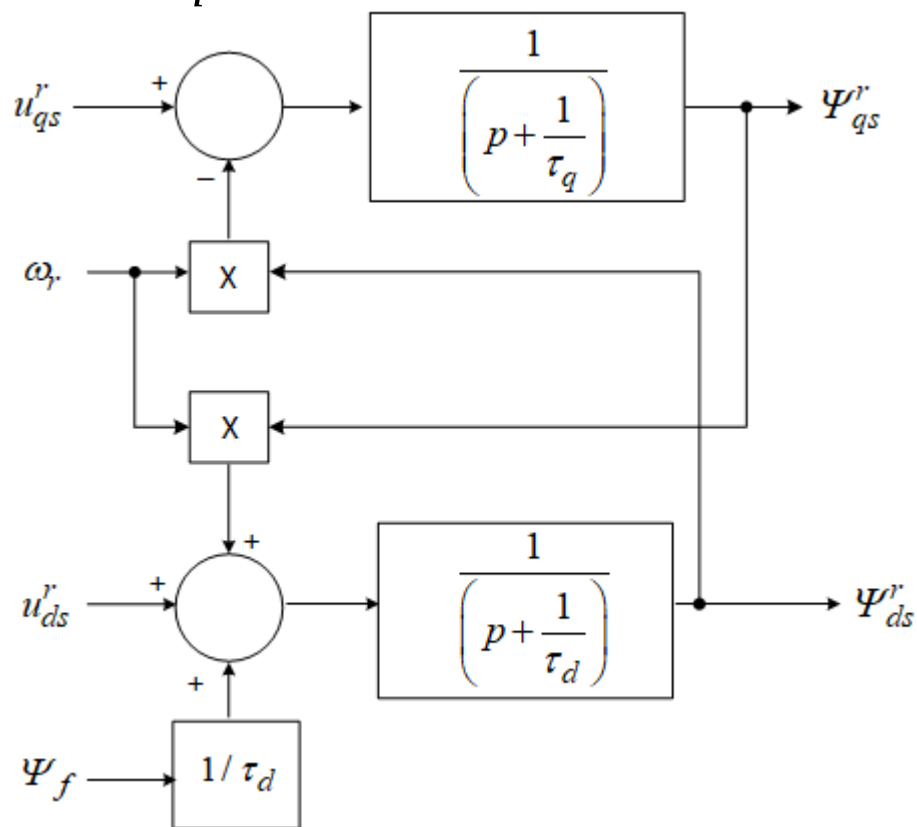
Ekvivalentne šeme sinhronog motora sa PM-a, bez uvažavanja gubitaka u gvožđu statora: a) ekvivalentna šema po q osi, b) ekvivalentna šema po d-osi

Blok dijagram na osnovu dinamičkog modela PMSM preko flukseva

$$u_{ds}^r = \frac{R_s}{L_d} (\psi_{ds}^r - \psi_f) + p\psi_{ds}^r - \omega_r \psi_{qs}^r$$

$$u_{qs}^r = \frac{R_s}{L_q} \psi_{qs}^r + p\psi_{qs}^r + \omega_r \psi_{ds}^r$$

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_s}, \quad \tau_d = \frac{L_d}{R_s}, \quad p = \frac{d}{dt}$$



$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right]$$

- Gde se struje određuju iz:

$$\psi_{ds}^r = \psi_f + L_d i_{ds}^r$$

$$\psi_{qs}^r = L_q i_{qs}^r$$

Model PMSM u normalizovanom domenu

- Osnovne bazne veličine:

$$U_b = \sqrt{2}U_{nf}$$

$$I_b = \sqrt{2}I_{nf}$$

$$P_b = 3U_{nf}I_{nf} = \frac{3}{2}U_bI_b$$

$$\omega_b = 2\pi f_b, \quad f_b = f_n$$

- Izvedene bazne veličine:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b}, \quad L_b = \frac{\psi_b}{I_b}$$

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b}$$

$$M_b = \frac{P_b}{\frac{\omega_b}{P}} = \frac{3P}{2} \frac{U_b I_b}{\omega_b} = \frac{3P}{2} \psi_b I_b$$

- Ako definišemo vrednosti u normalizovanom domenu na sledeći način:

$$R_{s*} = \frac{R_s}{Z_b} [\text{r.j.}], \quad L_{q*} = \frac{L_q}{L_b} [\text{r.j.}], \quad L_{d*} = \frac{L_d}{L_b} [\text{r.j.}], \quad \omega_{r*} = \frac{\omega_r}{\omega_b} [\text{r.j.}]$$

$$i_{qs*}^r = \frac{i_{qs}^r}{I_b} [\text{r.j.}], \quad i_{ds*}^r = \frac{i_{ds}^r}{I_b} [\text{r.j.}], \quad u_{qs*}^r = \frac{u_{qs}^r}{U_b} [\text{r.j.}], \quad u_{ds*}^r = \frac{u_{ds}^r}{U_b} [\text{r.j.}]$$

Model PMSM u normalizovanom domenu

- Model PMSM u normalizovanom domenu je:

[N]:

$$u_{qs}^r = \left(R_s^* + \frac{L_q^*}{\omega_b} p \right) i_{qs}^r + \omega_r^* \left(L_d^* i_{ds}^r + \psi_{f^*} \right) [\text{r.j.}]$$

$$u_{ds}^r = -\omega_r^* L_q^* i_{ds}^r + \left(R_s^* + \frac{L_d^*}{\omega_b} p \right) i_{ds}^r [\text{r.j.}]$$

$$m_{e^*} = \frac{m_e}{M_b} = i_{qs}^r \left[\psi_{f^*} - \left(L_d^* - L_q^* \right) i_{ds}^r \right] [\text{r.j.}]$$

Strategije upravljanja PMSM: Vektorsko upravljanje

- Izvodi se iz dinamičkog modela PMSM, polazeći od faznih struja statora:

$$\begin{aligned}i_{as} &= i_s \sin(\omega_r t + \delta) \\i_{bs} &= i_s \sin\left(\omega_r t + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\i_{cs} &= i_s \sin\left(\omega_r t + \delta + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

Gde je

ω_r – električna brzina rotora (kružna učestanost rotora)

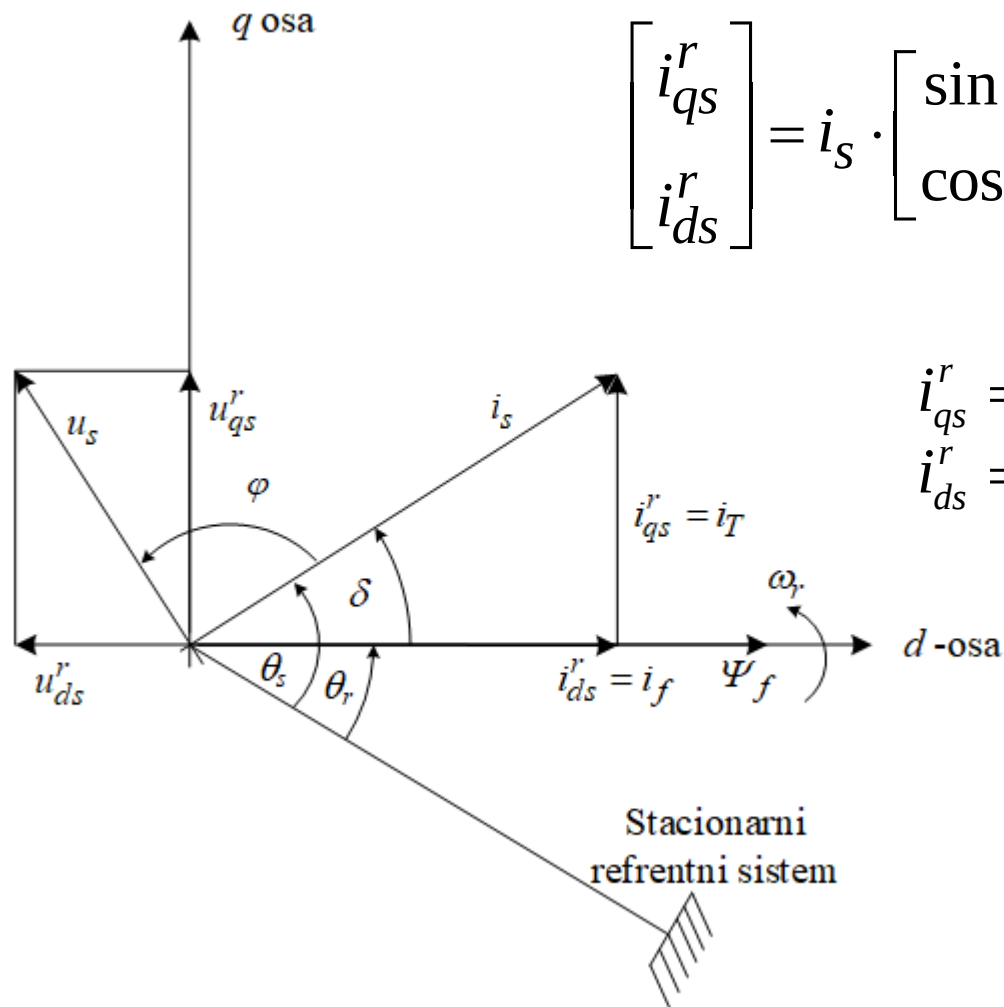
δ – ugao između fluksa rotora i fazora struje statora (ugao momenta)

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega_r t & \cos\left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \omega_r t & \sin\left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

Vektorsko upravljanje

- Zamenjujući izraze za struje statora u prethodni izraz, dobija se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = i_s \cdot \begin{bmatrix} \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix}$$



i_T - Komponenta statorske struje koja je proporcionala momentu

i_f - Komponenta statorske struje koja je proporcionala fluksu

Fazorski dijagram PMSM

Izraz za moment i rezultatni fluks

- Polazeći od izraza za moment PMSM:

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[\psi_f i_{qs}^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r i_{qs}^r \right] \text{Nm} \quad (1)$$

- Ako je $i_{ds}^r = 0 \Rightarrow \delta = 90^\circ$, onda PMSM ima potpuno analogno ponašanje motoru jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.

$$m_e = \frac{3P}{2} \psi_f i_{qs}^r = K_1 \psi_f i_{qs}^r, \quad K_1 = \frac{3P}{2} \quad (2)$$

- Izraz za rezultatni fluks u zazoru mašine, koji predstavlja zbir fluksa statora i fluksa rotora, glasi:

$$\psi_m = \sqrt{\left(\psi_f + L_d i_{ds}^r \right)^2 + \left(L_q i_{qs}^r \right)^2} = \sqrt{\psi_{ds}^2 + \psi_{qs}^2} \quad (3)$$

-Ovaj izraz je vrlo bitan ukoliko je potrebno da PMSM radi u oblasti slabljenja polja.

- Ukoliko je $\delta > 90^\circ \Rightarrow i_{ds}^r < 0$, pa rezultatni fluks u zazoru mašine opada, što predstavlja osnovu za realizaciju rada PMSM u oblasti slabljenja polja.

-Ukoliko je $\delta < 0 \Rightarrow i_{qs}^r < 0$, za usvojeni pozitivan smer obrtanja rotora, mašina će da radi u generatorskom režimu rada (negativan znak snage).

Glavni zaključci

1. Isključivo promenom ugla momenta δ , ili amplitude statrorske struje, ostvaruje se upravljanje momentom PMSM (na osnovu izraza za momenat).
2. Promena kružne učestanosti fazora statrorske struje određuje promenu brzine obrtanja rotora (ω_r el. rad/s).
3. Dokazano je da je PMSM u upravljačkom smislu analogna jednosmernoj mašini sa nezavisnom pobudom. Ovo je postignuto određivanjem struje ekvivalentne pobudnoj struji i struje ekvivalentne struji indukta MJS sa NP, tj. struja i_f i i_T (komponenta struje statora proporcionalana fluksu i komponenta struje statora proporcionalana momentu).

Realizacija vektorskog upravljanja (I način)

- Ako su zadate referentne vrednosti za moment i fluks na ulazu u upravljački deo pogona sa PMSM, i ako se smatra da je $L_d=L_q$ (razmatra se slučaj SPMSM), onda se:
Korak 1: referentna vrednost za i_{qs}^* dobija iz izraza za momenat (2):

$$i_{qs}^* = \frac{2m_e^*}{3P\psi_f}$$

Korak 2: referentna vrednost struje statora proporcionalna fluksu i_{ds}^* , dobija iz izraza za fluks (3):

$$i_{ds}^* = \frac{\left[\sqrt{\left(\psi_m^*\right)^2 - L_d^2 \frac{\left(2m_e^*\right)^2}{\left(3P\psi_f\right)^2}} - \psi_f \right]}{L_d}$$

Korak 3: Na osnovu prethodnih koraka određuju se referentne vrednosti struje statora i_s^* i ugla δ . Meri se pozicija rotora, a zatim se dodavanjem ugla δ , dobija referentna vrednost ugla θ_s , na osnovu koje se mogu odrediti referentne vrednosti faznih struja PMSM, prema prikazanom fazorskom dijagramu, kao i blok dijagramu koji sledi. Kada je $L_d \neq L_q$, upravljački algoritam je malo komplikovaniji – mora se pretpostaviti početna vrednost struje i_{ds}^* , ili odrediti prema nekom nadređenom algoritmu upravljanja.

Realizacija vektorskog upravljanja (II način)

- Ako su zadate referentne vrednosti za moment i fluks na ulazu u upravljački deo pogona sa PMSM, referentne vrednosti za i_s^* i δ^* se dobijaju iz poznatih izraza:

$$m_e^* = \frac{3P}{2} \left[\psi_f i_s^* \sin \delta^* + \frac{1}{2} (L_d - L_q) (i_s^*)^2 \sin 2\delta^* \right] \text{Nm} \quad (1a)$$

$$\psi_m^* = \sqrt{\left(\psi_f + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left(L_q i_s^* \sin \delta^* \right)^2} \quad (3a)$$

- Razmotrimo slučaj SPMSM, kada je $L_d=L_q$, onda važi:

$$m_e^* = \frac{3P}{2} \left[\psi_f i_s^* \sin \delta^* \right] \text{Nm} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \psi_m^* &= \sqrt{\left(\psi_f + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left(L_q i_s^* \sin \delta^* \right)^2} = \sqrt{\left(\psi_f + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left(L_d i_s^* \sin \delta^* \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\psi_f^2 + \left(L_d i_s^* \right)^2 + 2 \left(\psi_f L_d i_s^* \cos \delta^* \right) \right)} \quad (4) \end{aligned}$$

Korak 1: Određuje se vrednost struje statora proporcionalne fluksu iz (3a) i (2a):

$$i_s^* \cos \delta = \frac{\left[\sqrt{\left(\psi_m^*\right)^2 - L_d^2 \frac{\left(m_e^*\right)^2}{\left(\frac{3P}{2} \psi_f\right)^2}} - \psi_f \right]}{L_d}$$

Korak 2: Određuje se vrednost struje statora iz (4):

$$i_s^* = \frac{\sqrt{\left(\psi_m^*\right)^2 - \psi_f^2 - 2\psi_f \left(i_s^* \cos \delta^*\right)}}{L_d}$$

Korak 3: Na osnovu prethodnih koraka određuje se vrednost ugla δ , a zatim:

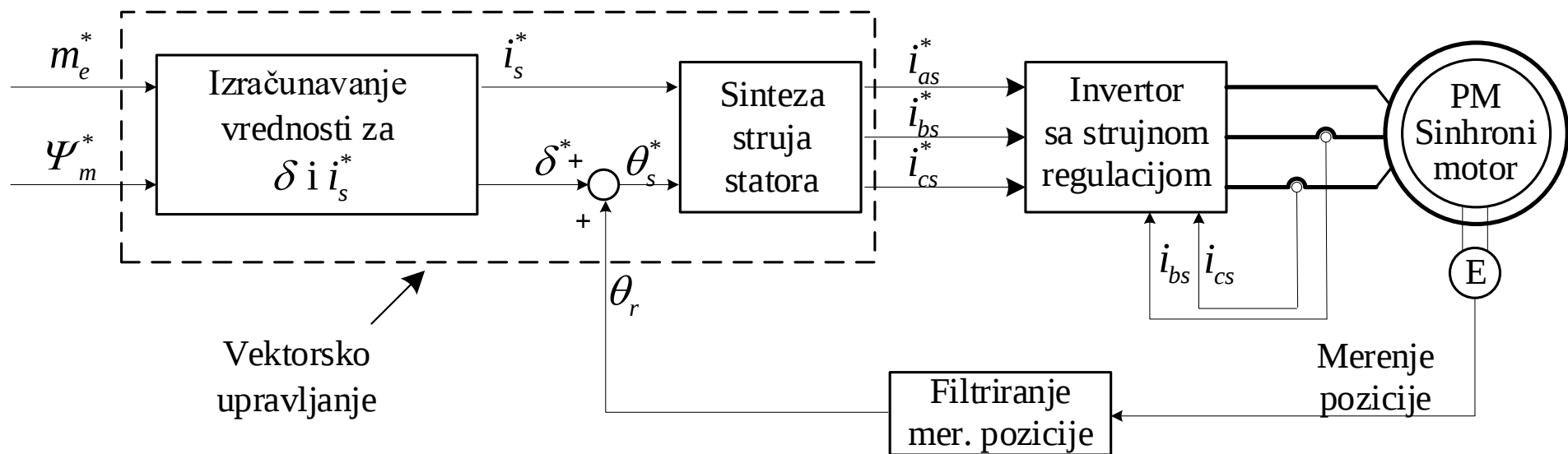
$$\begin{bmatrix} i_T^* \\ i_f^* \end{bmatrix} = i_s^* \begin{bmatrix} \sin \delta^* \\ \cos \delta^* \end{bmatrix}$$

Korak 4: Određivanje referentne vrednosti za fazni stav struje statora u stacionarnom ref. sistemu (pozicija rotora se meri):

$$\theta_s^* = \theta_r + \delta^* = \omega_r t + \delta^*$$

Korak 5: Određivanje referentnih vrednosti za fazne struje statora:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{as}^* \\ \dot{i}_{bs}^* \\ \dot{i}_{cs}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_T^* \\ \dot{i}_f^* \end{bmatrix} = i_s^* \begin{bmatrix} \sin \left(\theta_r + \delta^* \right) \\ \sin \left(\theta_r + \delta^* - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \left(\theta_r + \delta^* + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix}$$



Blok dijagram vektorski upravljanoj pogona sa PMSM:
upravljanje po momentu

Literatura:

- [1] Ramu Krishnan, "Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Drives", CRC Press, Sept 2009, ISBN 9780824753849
- [2] Darko Marčetić, Petar Matic, "Digitalno regulisani elektromotorni pogoni", ETF Banja Luka i Akademska misao Beograd, ISBN 978-99955-46-41-0, 2020.god