

**ELEKTROMOTORNI POGON  
SA SINHRONIM MOTOROM  
SA PERMANENTNIM  
MAGNETIMA**

# ELEKTROMOTORNI POGONI SA SINHRONIM MOTOROM

Sinhrona mašina se okreće sinhronom brzinom, koja je određena učestanošću napajanja.

Predstavlja ozbiljnu konkurenciju asinhronom motoru u pogonima sa promenljivom brzinom.

Podela sinhronih mašina:

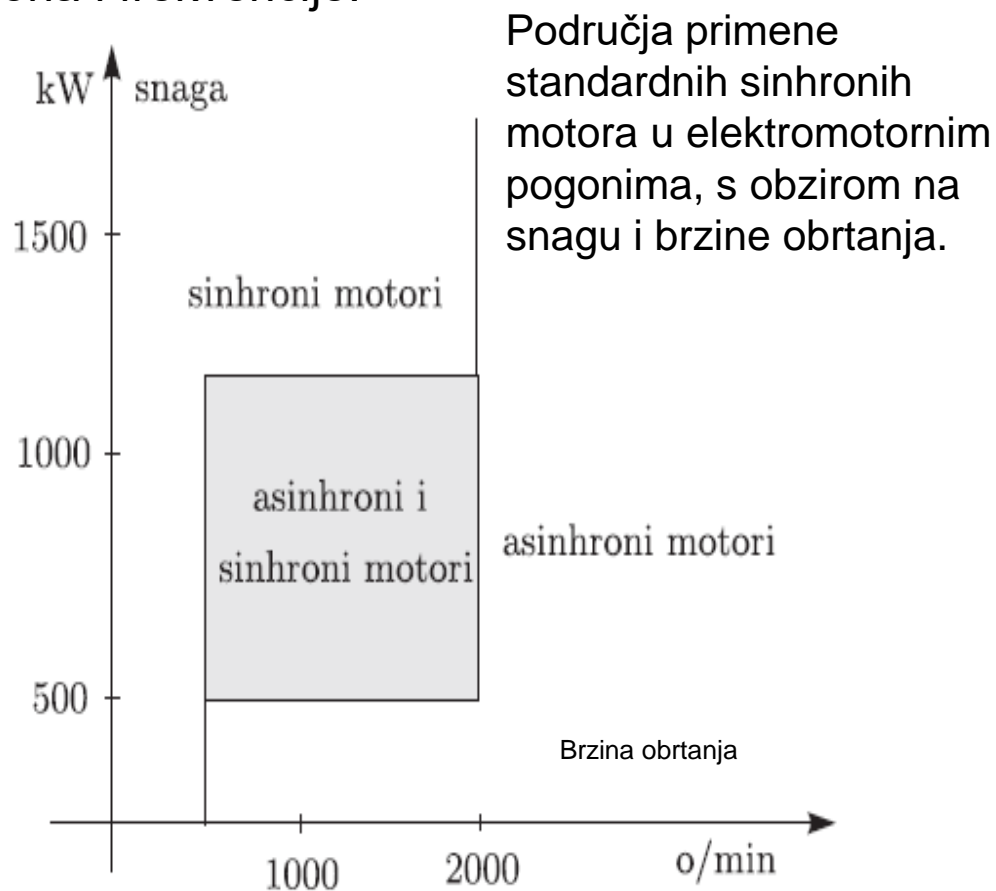
- 1) SM sa namotanim rotorom
- 2) SM sa permanentnim magnetima na rotoru

# SINHRONI MOTOR SA NAMOTANIM ROTOROM

- Sinhroni motori s pobudnim namotajem (standardni sinhroni motori) najčešće se koriste u elektromotornim pogonima u opsegu snaga od 1 MW do 100 MW i zahtevaju konstantnu brzinu obrtanja. Motor se napaja direktno iz trofazne mreže konstantnog napona i frekvencije.

- Elektromotorni pogoni sa standardnim sinhronim motorom su:

- valjački stanovi u metalnoj industriji
- rudničke dizalice
- vazdušni kompresori
- mlinovi i pumpe u cementarama i termoelektranama
- reverzibilne hidroelektrane u kojima sinhroni mašina radi kao motor i kao generator.



# SINHRONI MOTOR SA NAMOTANIM ROTOROM

- Prednosti standardnih sinhronih motora napajanih direktno iz mreže u odnosu na asinhronne motore su:

- bolji faktor iskorišćenja (92%- 98%)
- brzina obrtanja ne zavisi od opterećenja
- mogućnost kompenzacije reaktivne energije promenom pobudne struje, bez uticaja na tok aktivne snage
- veća stabilnost u radu (kod naglog sniženja napona mreže sinhroni motor ostaje duže u pogonu).

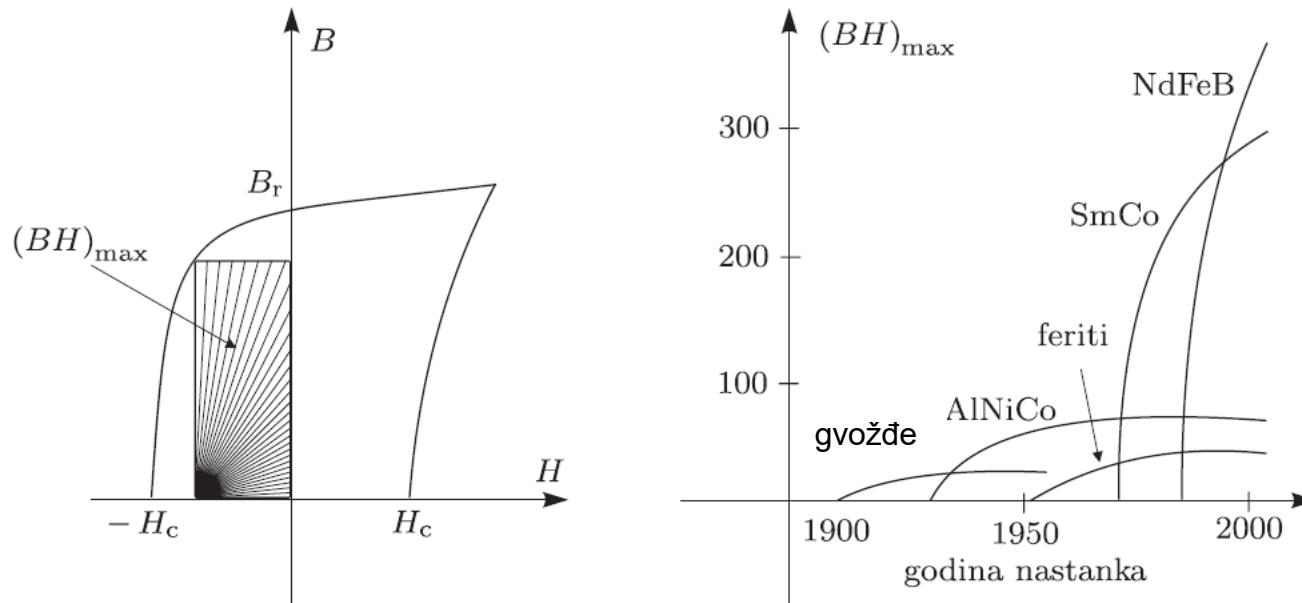
-Nedostaci standardnih sinhronih motora su:

- viša cena
- teškoće kod pokretanja (rešava se napajanjem iz frekventnog pretvarača ili ugradnjom dodatnog kaveznog namotaja pored već postojećeg pobudnog namotaja na rotoru)
- potreba za izvorom jednosmernog napona za pobudu
- nemogućnost podešavanja brzine obrtanja kod direktnog priključenja na električnu mrežu.

## Sinhroni motori sa permanentnim magnetima na rotoru (PMSM)

- U elektromotornim pogonima manjih snaga (do nekoliko desetina kW) se umesto standardnih sinhronih motora sa pobudnim namotajem koriste sinhroni motori kod kojih su na rotor ugrađeni permanentni magneti.
- Ugradnja permanentnih magneta u rotor čini konstrukciju mašine jednostavnijom, a mašina je pouzdanija jer nema problema sa napajanjem rotorskog namotaja iz jednosmernog izvora.
- PMSM u poslednje vreme u mnogim aplikacijama regulisanih pogona zamenjuju manje efikasne asinhronne motore manjih i srednjih snaga.
- Način ugradnje permanentnih magneta na rotor ima veliki uticaj na parametre mašine, a na taj način dalje utiče na glavne karakteristike motora: talasni oblik magnetne indukcije u vazдушnom zazoru mašine, moment motora i brzinu obrtanja.

- Karakteristike  $B = f(H)$  najčešće korišćenih permanentnih magneta:



Karakteristike  $B = f(H)$  permanentnih magneta

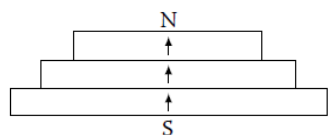
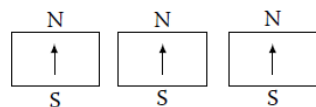
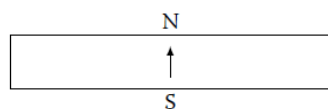
-Materijali koji zadržavaju magnetizam poznati su kao materijali od stalnog magneta. Sposobnost zadržavanja trajnog magnetizma nalazi se u kobaltu, gvožđu i niklu, i oni se nazivaju feromagnetni materijali. Razni materijali kao što su alnico-5, samarijum-kobalt i drugi su poznati kao permanentni magneti (PM) za upotrebu u mašinama. Najpopularniji u praksi su samarijum kobalt i neodimijumski magneti.

-Elektromagnetna indukcija (gustina fluksa) pri nultoj pobudi poznata je kao remanentna indukcija  $B_r$ , a unutrašnja koercitivna sila potrebna da remanentni magnetizam dovede na nulu je  $H_c$ .

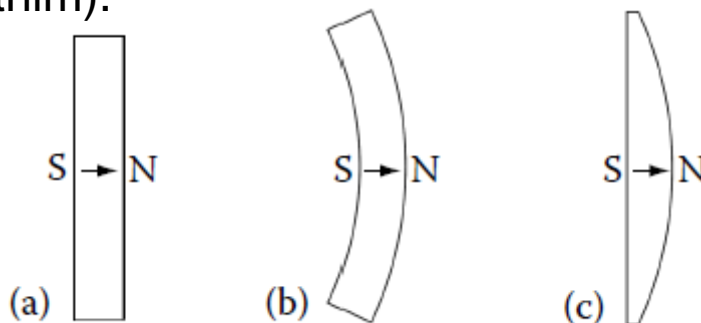
# Oblici i primena permanentnih magneta

-Magneti se mogu pojedinačno izraditi u više oblika i veličina. Jedan od karakterističnih oblika je prsten, koji je najjednostavniji za instaliranje jer se mogu pomerati po obodu rotora od laminiranog gvožđa, za koji su na određeni način pričvršćeni. Segmenti prstena mogu da budu namagnetisani u različitim željenim smerovima.

- Nedostatak im je veća cena u odnosu na pojedinačne magnete (više prstenastih segmenata zamenjenih jednim kompaktnim).



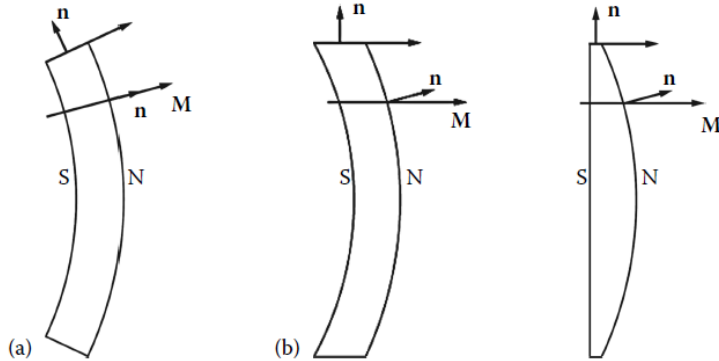
Multisegmentna struktura je neophodna kod mašina veće snage



Oblici PM-a: a) pravougaoni b) radijalni c) pogačasti  
Radijalni i pogačasti se primenjuju za površinsku montažu Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Machines (SM-PMSM), dok se pravougaoni ukopavaju u rotor i koriste kod Interior Mounted Permanent Magnet Synchronous Machines (IM-PMSM). Segmenta struktura se koristi u aplikacijama gde je potreban rad u oblasti slabljenja polja.

## Magnetizacija permanentnih magneta - klasifikacija

- Permanentni magneti mogu da budu namagnetisani u bilo kom željenom smeru, ali najčešće radijalno, ili paralelno. Na taj način se utiče na raspodelu magnetnog polja u zazoru, a samim tim i na ostale karakteristike motora. Radijalno namagnetisani motori proizvode pravougaonu raspodelu gustine fluksa u zazoru mašine, dok paralelno namagnetisani – sinusnu.



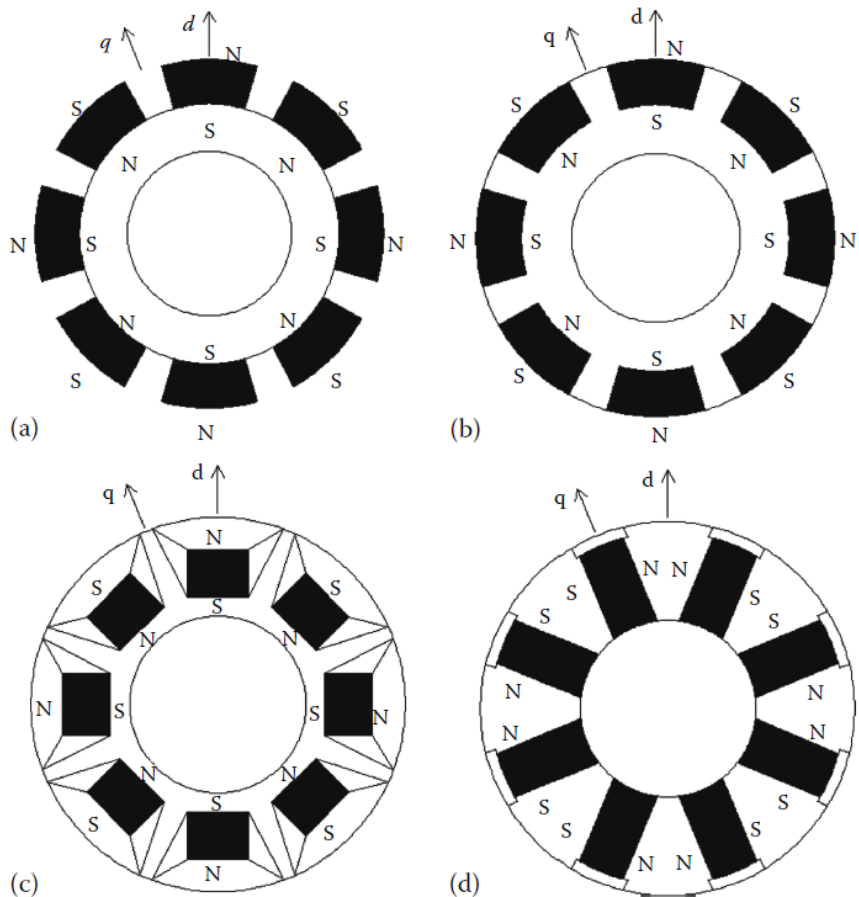
a) Radijalna b) paralelna

- Pojava kvalitetnih permanentnih magneta dovela je do razvoja jednosmernih motora sa permanentnim magnetima na statoru (pobuda), dok je razvoj energetske elektronike doveo do razvoja sinhronih motora sa permanentnim magnetima. U oba slučaja izbačeni su delovi mašine kao što su, mehanički komutator, klizni kolotovi i četkice.

- U skladu sa orijentacijom pobudnog fluksa u PMSM, ovi motori se mogu podeliti na:
  - motore sa radijalnim poljem (pravac fluksa je u pravcu prečnika mašine)
  - motore sa aksijalnim poljem (pravac fluksa je u pravcu vratila mašine). Imaju veću gustinu snage i mogu da postignu veća ubrzanja.
- Permeabilnost PM-a je skoro jednaka permeabilnosti vazduha, tako da montaža PM-a ima efekat produženog vazdušnog zazora.



# Sinhroni motori sa isturenim i ukupanim permanentnim magnetima na rotoru

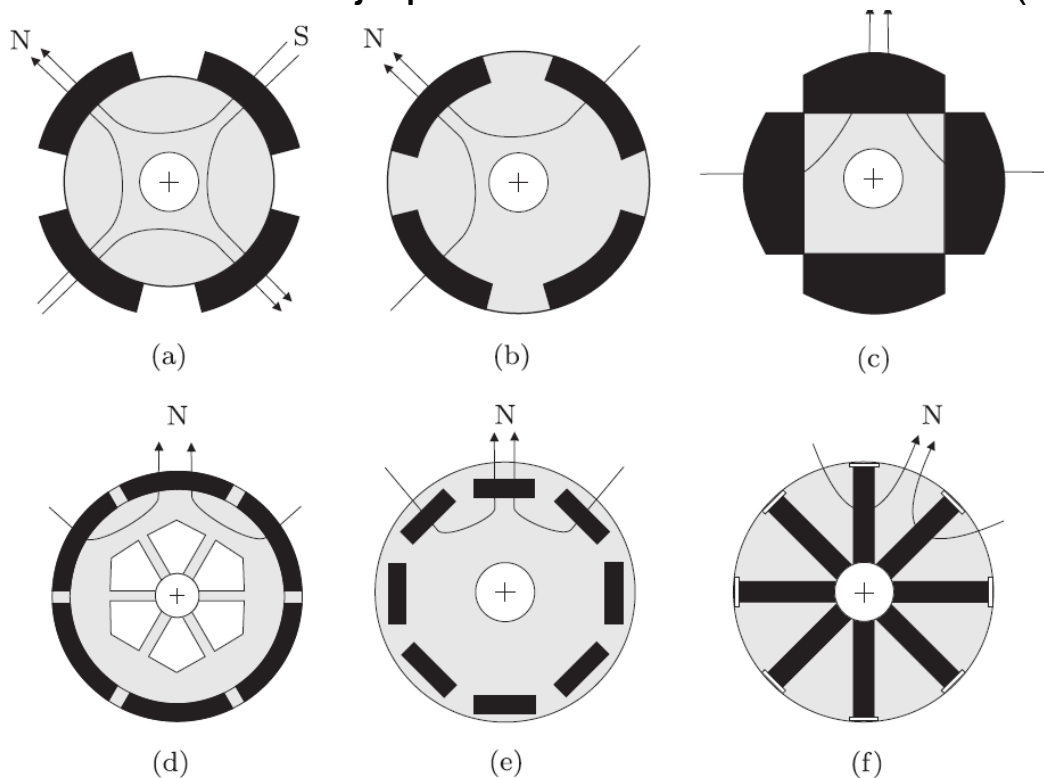


- Permanentni magneti se mogu postaviti:

- na telo rotora sa spoljašnje strane (slike a) SPM
- na telo rotora s unutrašnje strane (slika b) SIPM (surface inset PM)
- u unutrašnjost tela rotora (slika c) Interior PMSM
- u unutrašnjosti tela rotora, ka obodu (slika d).

# Sinhroni motori sa isturenim i ukupanim permanentnim magnetima na rotoru

- Permanentni magneti se mogu postaviti:
  - na telo rotora sa spoljašnje strane (slike a i c)
  - na telo rotora s unutrašnje strane (slike b i d)
  - u unutrašnjost tela rotora (slika e)
  - aksijalno, odnosno duž ose koja prolazi kroz osovinu mašine (slika f).



Rotor sinhronog motora sa permanentnim magnetima

- Za izradu stalnih magneta potrebno je koristiti materijale koji stvaraju veliku remanentnu indukciju i veliko koercitivno polje. Pored toga bitna je i specifična akumulirana magnetska energija kao i Kirijeva temperatura pri kojoj se gube osobine stalnog magneta.

-Magnetni materijali se mogu podeliti na klasične i moderne. U klasične spadaju anlico (aluminijum–nikl–kobalt AlNiCo) i feriti, dok se u moderne svrstavaju i materijali poznati pod nazivom retke zemlje: samarijum–kobalt (SmCo) i neodijum- gvožđe –bor (NdFeB).

-PMSM sa površinski postavljenim magnetima (Surface PMSM, SPMSM) imaju izotropan rotor, što znači da su induktivnosti po podužnoj ( $d$ ) i poprečnoj ( $q$ ) osi približno jednake ( $L_d \approx L_q$ ). Induktivnost statora SPMSM je mala, pa je moguća brza promena statorske struje, a samim tim i momenta. Nisu namenjeni za aplikacije sa velikom brzinom (najviše do 3000o/min), zbog nemanja dovoljne robusnosti, osim u slučaju mašina sa vrlo malim prečnikom (do 50000o/min).

- Surface-Inset PMSM, obezbeđuju cilindričnu površinu rotora, mehanički robustniji ( $L_d \neq L_q$ )

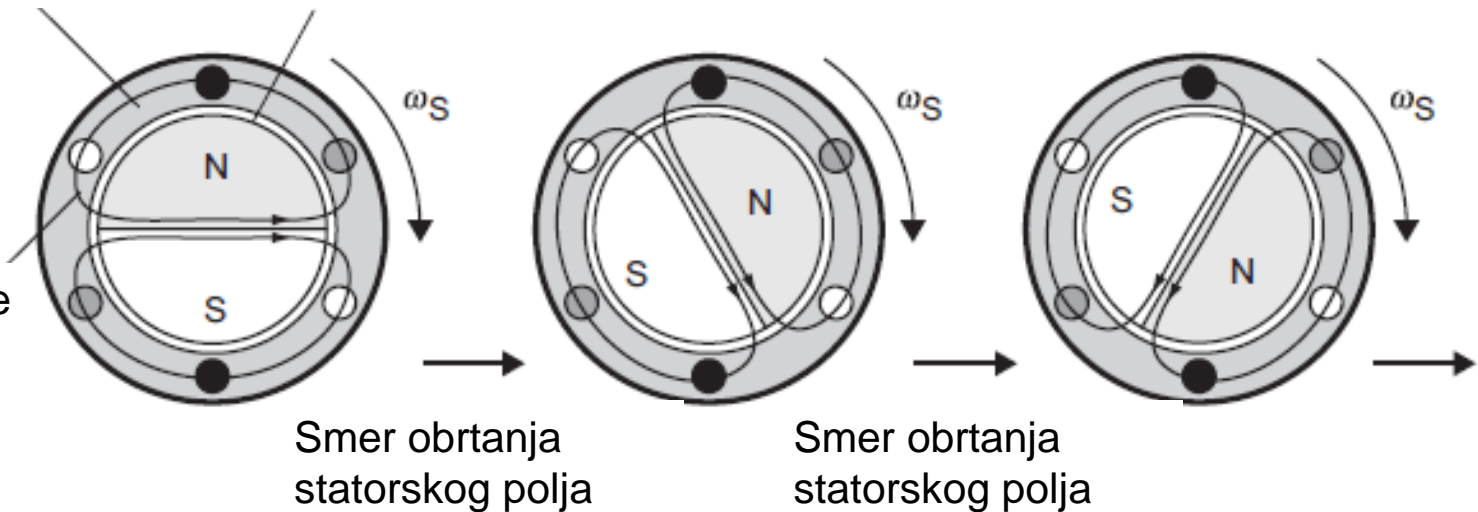
- Pored ove konstrukcije postoje i sinhroni motori sa magnetima utisnutim (ukopanim) u rotor, čiji rotor usled kompleksne geometrije ima magnetnu anizotropiju koja donosi određene prednosti. Ovakvom konstrukcijom značajno se umanjuje količina gvožđa u  $d$  osi što čini da je induktivnost  $L_d$  mnogo manja od induktivnosti  $L_q$  ( $L_d < L_q$ ). Takođe, postoji značajna zavisnost induktivnosti statora od ugla rotora koja dovodi do pojave reluktantnog momenta. Dodatna prednost IPMSM (Interior Permanent Magnet Synchronous Motor) je da se mogu koristiti na velikim brzinama koristeći tehniku slabljenja polja (skupa proizvodnja).

# Princip rada

Stator sa trofaznim namotajem      Rotor sa permanentnim magnetima

- Namotaj 1
- Namotaj 2
- Namotaj 3

Magnetno polje statora



- Princip rada PMSM:

- 1) Zasnovan je na primeni Teslinog obrtnog polja i bezkontaktnoj konverziji energije. Strujno kolo statora čini trofazni statorski namotaj, postavljen na svoje magnetno kolo u kućištu statora.
- 2) Na rotoru se nalaze permanentni magneti, koji su zajedno sa magnetnim kolom rotora pričvršćeni za vratilo. Vratilo se oslanja na dva ležaja postavljena u ležajne štitove.
- 3) PMSM se napaja trofaznim naponima i strujama koje su fazno pomerene za  $2\pi/3$ , preko trofaznog namotaja koji je sinusno raspodeljen po obimu statora i kod koga su ose namotaja faza prostorno pomerene za  $2\pi/3$ .

## Princip rada

- 4) Trofazni sistem napona i struja na statoru stvara Teslino obrtno polje, opisano vektorom obrtne magnetopobudne sile statora  $\vec{F}_{ob}$ , čija brzina obrtanja zavisi od učestanosti struja statora  $f$  i broja pari polova  $P$ . Rotor sa PM ima isti broj pari polova kao i namotaj statora.
- 5) Obrtno polje statotora sa sobom “vuče” rotor koji se obrće u sinhronizmu sa njim (polja statora i rotora moraju biti jedno prema drugom nepomična da bi se stvorio momenat).
- 6) Dovođenjem momenta opterećenja na vratilo motora povećava se ugao između polja statora i polja rotora, ali se kontinualni momenat razvija samo u sinhronizmu.
- 7) Pošto PMSM može da razvija moment samo pri sinhronoj brzini, pokretanje PMSM se mora odvijati kontrolisano postepenim povećanjem učestanosti, tj. brzine obrtnog polja statora, a takođe se mora voditi računa o uglu opterećenja u svim režimima rada.

# Princip rada

-Nedostaci pogona sa PMSM:

- 1) PMSM su dizajnirani za rad pri promenljivim brzinama obrtanja, ali se moraju napajati pomoću invertora ili regulatora specijalno razvijenih kako bi PMSM mogao da se startuje i radi u sinhronizmu.
- 2) Nedostatak tačne informacije o poziciji rotora može negativno uticati na ostvarenje efikasnog rada pogona. Najčešće se koristi inkrementalni enkoder, što povećava ukupnu cenu pogona.
- 3) Postoji rizik od demagnetizacije rotora, tj. slabljenja magneta usled velikih struja ili visokih temperatura. Za održavanje motora su potrebni specijalni alati, jer izvlačenje rotora nije jednostavno zbog postojanja jakih magnetnih sila, koje stvaraju stalni magneti.

-Poznato da se elektromagnetni moment može napisati kao vektorski proizvod prostornih vektora statorskog i rotorskog magnetnog fluksa:

$$m_e = K |\varphi_1 \times \varphi_2| = K |\varphi_1| |\varphi_2| \sin \angle(\varphi_1, \varphi_2)$$

gdje je  $K$  konstruktivna konstanta mašine.

- Ako je poznat položaj rotora, odnosno osa delovanja permanentnih magneta na rotoru, moguće je odgovarajućim uključanjem prekidačkih elemenata invertora postići da magnetno polje stvoreno strujama koje teku kroz namotaje statora bude uvek pomaknuto za  $90^\circ$  električnih u odnosu na osu delovanja magnetnog polja permanentnih magneta, tako da sinhroni motor uvek razvija konstantan maksimalni elektromagnetni moment.

- Motor kod koga kroz namotaj na statoru teku struje približno sinusnog talasnog oblika naziva se sinhroni motor sa permanentnim magnetima (PMSM).

- Da bi se ostvario konstantan mehanički moment potrebno je da se invertorom sa širinsko impulsnom modulacijom signala proizvede napon koji će uzrokovati da struje kroz namotaje statora imaju približno sinusni talasni oblik. Upravljanje prekidačkim elementima (tranzistorima) invertora mora se uskladiti sa položajem rotora u svakom trenutku. Struje uvek teku kroz tri faze i proizvode simetrično trofazno obrtno polje čija je rezultantna osa delovanja uvek pomerena za  $90^\circ$  električnih u odnosu na osu delovanja permanentnih magneta na rotoru.

- Invertor mora imati prekidačke elemente s visokom frekvencijom prekidanja, a za dobijanje informacije o položaju rotora koriste se precizni senzori za merenje položaja, tj. brzine.

## Sinhroni motori malih snaga





# DINAMIČKI MODEL TROFAZNOG SINHRONOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA NA ROTORU

Podsećanje...

## TRASFORMACIJA KOORDINATA

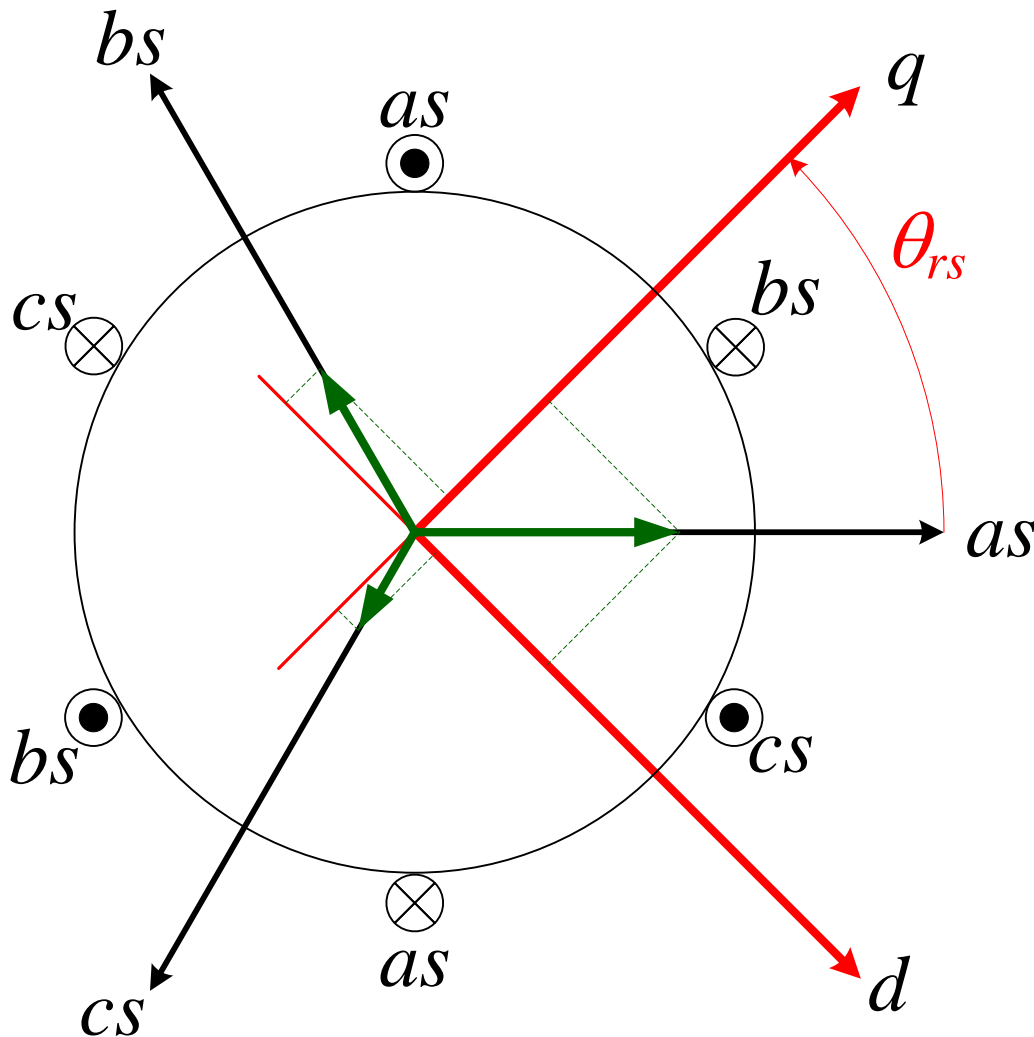
- U cilju uprošćenja analize uvodi se novi *REFERENTNI  $q-d-0$  -sistem* koji može imati proizvoljnu brzinu. Prelazak iz realnog *abc* - sistema u *qd0* - sistem vrši se pomoću matrice transformacije  **$K$** .
- Izborom brzine referentnog sistema postižu se jednostavnije analize prelaznih procesa.

# Izbor referentnog sistema

- **Stacionarni referentni sistem**  $\omega_{rS} = 0$   
obezbeđuje raspredanje namotaja  
mašine, čime se pojednostavljuje matrica  
induktivnosti.
- **Sinhrono rotirajući referentni sistem**  $\omega_{rS} = \omega_s$   
pored raspredanja koordinata, oslobađa  
matricu induktivnosti zavisnosti od ugla  
rotora, odnosno vremena
- **Referentni sistem vezan za rotor**  $\omega_{rS} = \omega$   
pruža pogodnosti analize mašina sa  
dvostranim napajanjem.

U slučaju simetričnog sistema, nulta komponenta je nula,  
u svim referentnim sistemima.

# Transformacije statorskih veličina



$$\vec{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \cdot \vec{f}_{abcs}$$

$$\vec{f}_{abcs} = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}]^T$$

$$\vec{f}_{qd0s} = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}]^T$$

Trofazni namotaj asinhronne mašine identičan je trofaznim namotajem sinhronne mašine, zbog čega se koriste iste matrice transformacije.

# Matrice transformacije

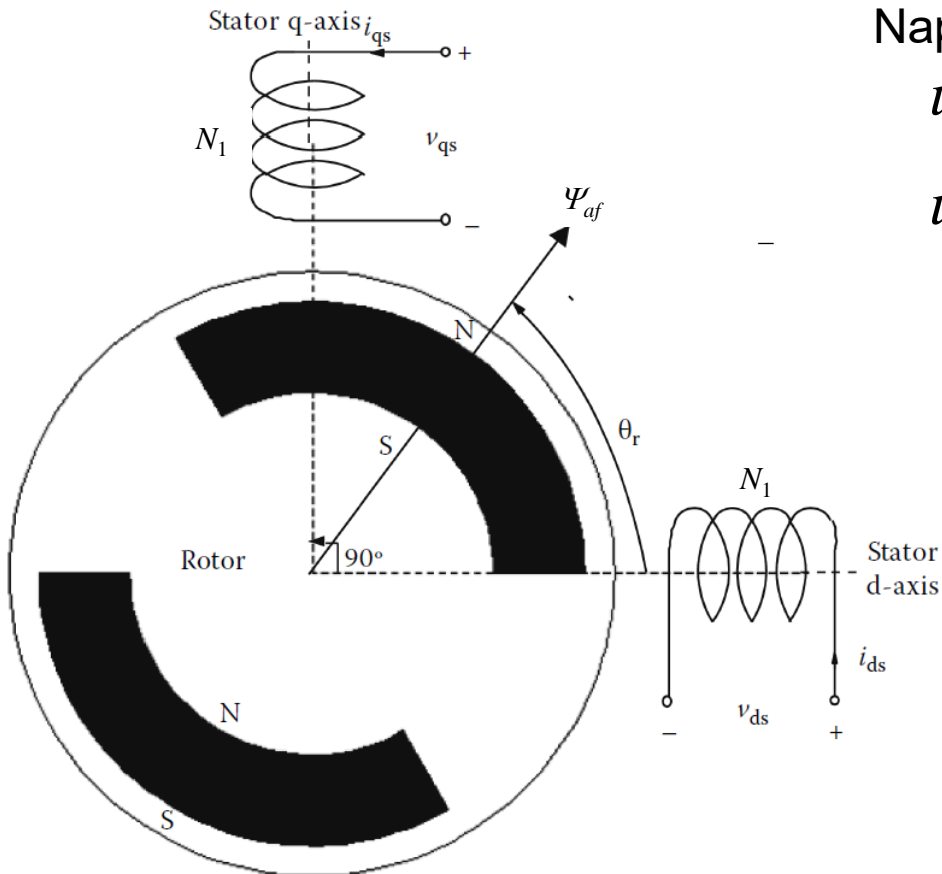
$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_{rs} & \cos(\theta_{rs} - \alpha) & \cos(\theta_{rs} + \alpha) \\ \sin \theta_{rs} & \sin(\theta_{rs} - \alpha) & \sin(\theta_{rs} + \alpha) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{rs} & \sin \theta_{rs} & 1 \\ \cos(\theta_{rs} - \alpha) & \sin(\theta_{rs} - \alpha) & 1 \\ \cos(\theta_{rs} + \alpha) & \sin(\theta_{rs} + \alpha) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3} \quad \theta_{rs}(t) = \int_0^t \omega_{rs}(\xi) d\xi + \theta_{rs}(0)$$

# DINAMIČKI MODEL TROFAZNOG SINHRONOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA NA ROTORU

- Simetričan trofazni namotaj statora predstavimo u stacionarnom dvofaznom  $dq$  referentnom sistemu kod koga je  $\omega_{rs} = 0$



Šematski prikaz sinhronne mašine u  $dq$  stacionarnom referentnom sistemu

Naponske jednačine za stator:

$$u_{qs} = R_q i_{qs} + p\psi_{qs}$$

$$u_{ds} = R_d i_{ds} + p\psi_{ds}$$

Model se izvodi pod sledećim uslovima:

1. statorski namotaj je ravnomerno sinusoidalno raspoređen po obimu statora, pa je i mps statora sinusoidalna.
2. Induktivnost statora se menja sinusoidalno sa promenom položaja rotora.
3. Zasićenje magnetnog kola statora i promena parametara mašine u toku rada se zanemaruje.

$p$  - operator diferenciranja,  $d/dt$

$u_{qs}$  i  $u_{ds}$  su naponi u  $q$  i  $d$  namotaju statora

$i_{qs}$  i  $i_{ds}$  su struje u  $q$  i  $d$  namotaju statora

$R_q$  i  $R_d$  su otpornosti  $q$  i  $d$  namotaja statora

$\psi_{qs}$  i  $\psi_{ds}$  su fluksevi  $q$  i  $d$  namotaja statora

Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_{af} \sin \theta_r$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_{af} \cos \theta_r$$

gde su:  $\theta_r$  – trenutni položaj rotora (električni ugao),  $R_d=R_q=R_s$  otpornosti statorskog namotaja, koje su jednake pod uslovom da je mašina simetrična.

$$u_{qs} = R_s i_{qs} + i_{qs} p L_{qq} + L_{qq} p i_{qs} + L_{qd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{qd} + \psi_{af} p \sin \theta_r$$

$$u_{ds} = R_s i_{ds} + i_{qs} p L_{qd} + L_{qd} p i_{qs} + L_{dd} p i_{ds} + i_{ds} p L_{dd} + \psi_{af} p \cos \theta_r$$

Gde su

$L_{ij}$  ( $i, j = d, q$ ) sopstvene i međusobne induktivnosti namotaja statora

$$L_{qq} = \frac{1}{2} \left[ (L_q + L_d) + (L_q - L_d) \cos(2\theta_r) \right]$$

$$L_{dd} = \frac{1}{2} \left[ (L_q + L_d) - (L_q - L_d) \cos(2\theta_r) \right]$$

Fluksevi u namotajima statora se mogu predstaviti:

$$\psi_{qs} = L_{qq}i_{qs} + L_{qd}i_{ds} + \psi_{af} \sin \theta_r$$

$$\psi_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \psi_{af} \cos \theta_r$$

Dakle za  $\theta_r = 0^\circ$ ,  $L_{dd}=L_d$ , a za  $\theta_r = 90^\circ$ ,  $L_{dd}=L_q$ . Dalje važi da je:

$$L_{qq} = L_1 + L_2 \cos(2\theta_r)$$

$$L_{dd} = L_1 - L_2 \cos(2\theta_r)$$

Gde je:

$$L_1 = \frac{1}{2}(L_q + L_d)$$

$$L_2 = \frac{1}{2}(L_q - L_d)$$

-Međusobne induktivnosti između namotaja u  $q$  i  $d$  osama su NULA, ako je rotor cilindričan i gladak, jer fluks koji je stvorila struja u jednom namotaju neće biti obuhvaćen namotajem koji je pomeren za  $90^\circ$  (sinusna raspodela namotaja na statoru). Kod sinhronne mašine sa ukopanim magnetima, postoji anizotropnost, pa će se deo fluksa koji stvara namotaj u osi  $d$  obuhvatiti namotajem u osi  $q$ .

- Što se tiče međusobne induktivnosti, kada je pozicija rotora  $0^\circ$  ili  $90^\circ$ , međusobno sprezanje je jednako 0, ali je zato maksimalno kada je rotor u poziciji  $-45^\circ$ . Zato, ako pretpostavimo sinusoidalnu raspodelu, međusobna induktivnost se može napisati kao:

$$L_{qd} = \frac{1}{2} (L_d - L_q) \sin(2\theta_r) = -L_2 \sin(2\theta_r)$$

U slučaju PMSM,  $L_q > L_d$  uvek, zato što je d osa postavljena u pravac fluksa permanentnog magneta.

Zamenom izraza za sopstvene i međusobne induktivnosti u funkciji položaja rotora u naponske jednačine statora, dobiće se da veliki broj članova zavisi od položaja rotora.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} &= R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos 2\theta_r & -L_2 \sin 2\theta_r \\ -L_2 \sin 2\theta_r & L_1 - L_2 \cos 2\theta_r \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \\ &+ 2\omega_r L_2 \begin{bmatrix} -\sin 2\theta_r & -\cos 2\theta_r \\ -\cos 2\theta_r & \sin 2\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_{af} \omega_r \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ -\sin \theta_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$



- Primetiti da je treći član posledica anizotropnosti, tj. kada važi  $L_q \neq L_d$

-U slučaju da su magneti površinski montirani (SPMSM), induktivnosti su jednake, pa je zbog toga  $L_2=0$  i treći član ne postoji. Takođe nestaju i ostali članovi u matrici koji zavise od  $L_2$ , pa se za SPMSM dobijaju vrlo jednostavne finalne naponske jednačine:

$$\begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \psi_{af} \omega_r \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ -\sin \theta_r \end{bmatrix}$$

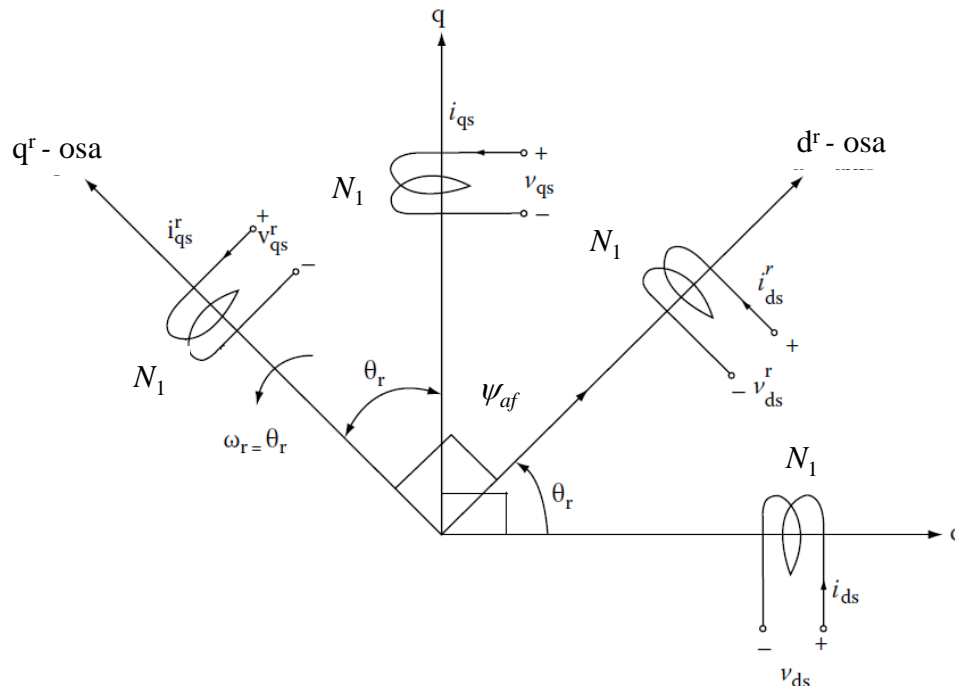
-Trebalo bi zapaziti da u jednačinama anizotropnog PMSM-a  $L_q \neq L_d$  (sa ukopanim PM, IPMSM) induktivnosti zavise od položaja rotora. Rešenja takvih jednačina postaju otežana uprkos upotrebi računara. Pored toga, jednačine u njihovoj sadašnjoj formi ne pružaju uvid u dinamiku mašine.

- Ako se zavisnost od položaja rotora eliminiše transformacijom, onda jednačine mogu postati pogodne za dobijanje osnovnih rezultata kao što su ekvivalentna šema, blok dijagram, funkcije prenosa i, pre svega, jednačine u stacionarnom stanju i fazorski dijagram. Oni su ključni za razumevanje mašine i njenih performansi kako u pogledu statike, tako i u pogledu dinamike.

- Sledeći korak je dobijanje transformacijom naponskih jednačina za stator, eliminacijom zavisnosti od položaja rotora.

# Transformacija u referentni sistem vezan za rotor

- Zapaziti da položaj rotora određuje indukovanu ems i utiče na dinamički model PMSM-a. Zbog toga, gledajući ceo sistem sa rotora, tj. iz referentnog sistema vezanog za rotor, matrica induktivnosti postaje nezavisna od položaja rotora, što dovodi do pojednostavljenja sistema jednačina (transformacijom iz stacionarnog referentnog sistema u referentni sistem vezan za rotor, magnetopobudne sile ostaju iste).



Transformacija iz stacionarnog  $dq$  sistema (vezanog za stator) u referentni sistem vezan za rotor  $d'q'$ .

$$i_{qds} = \left[ K^r \right] i_{qds}^r$$

$$i_{qds} = \begin{bmatrix} i_{qs} & i_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$i_{qds}^r = \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

$$K^r = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

- Brzina referentnog sistema vezanog za rotor je:

$$\dot{\theta}_r = \omega_r$$

- Slično:

$$u_{qds} = \left[ K^r \right] u_{qds}^r$$

$$u_{qds} = \begin{bmatrix} u_{qs} & u_{ds} \end{bmatrix}^t$$

$$u_{qds}^r = \begin{bmatrix} u_{qs}^r & u_{ds}^r \end{bmatrix}^t$$

- Zamenjujući prethodne izraze u naponske jednačine, dobija se:

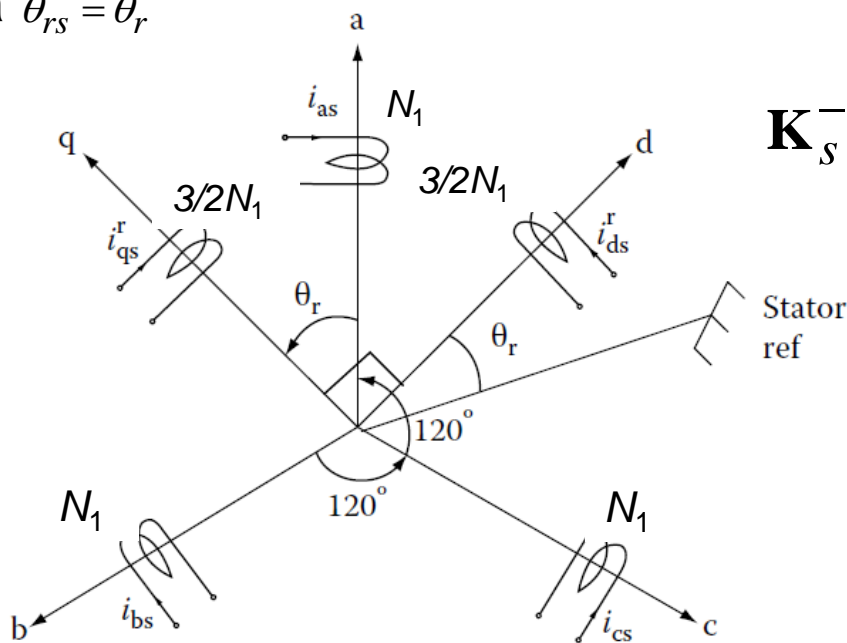
$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{af} \omega_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Trebalo je zapaziti da induktivnosti više ne zavise od položaja rotora, ali da je model i dalje nelinearan (postoji proizvod dve promenljive, struje statora i brzine rotora).
- Takođe važi:

$$i_{qds}^r = \left[ K^r \right]^{-1} i_{qds}$$

# Transformacija trofaznog u dvofazni sistem

- Model koji je do sada razvijen važi za dvofazni PMSM, koji se retko koristi u industrijskim aplikacijama u kojima dominiraju trofazni PMSM. Zato treba izvesti dinamički model za trofazni PMSM na osnovu dvofaznog, uspostavljanjem ekvivalencije između tri i dve faze. Ovaj koncept se zasniva na jednakosti rezultantnih magnetopobudnih sila proizvedenih u dvofaznom i trofaznom namotaju i jednakosti struja u oba sistema, po istom principu kao i kod asinhronih mašina. Treba primeniti množenje transformatorskom matricom  $\mathbf{K}_s^{-1}$ , za  $\theta_{rs} = \theta_r$



$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{rs} & \sin \theta_{rs} & 1 \\ \cos(\theta_{rs} - \alpha) & \sin(\theta_{rs} - \alpha) & 1 \\ \cos(\theta_{rs} + \alpha) & \sin(\theta_{rs} + \alpha) & 1 \end{bmatrix}$$

Dvofazni i trofazni namotaj statora

- Veza između  $dq0$  i  $abc$  struja je:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta_r & \sin \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} i_{qd0}^r &= \mathbf{K}_s i_{abc} \\ i_{qd0}^r &= \begin{bmatrix} i_{qs}^r & i_{ds}^r & i_0 \end{bmatrix}^t \quad \mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta_r & \sin \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ i_{abc} &= \begin{bmatrix} i_{as} & i_{bs} & i_{cs} \end{bmatrix}^t \end{aligned}$$

- Takođe važi:

$$i_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot i_{qd0}^r$$

$$\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 1 \\ \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

# Izraz za snagu

- Ulazna snaga trofazne mašine mora biti jednaka ulaznoj snazi dvofazne mašine, što je vrlo značajno za modelovanje, analizu i simulacije. Ovakav princip je usvojen u izvođnju izraza za snagu:

$$p_i = u_{abc}^t i_{abc} = u_{as} i_{as} + u_{bs} i_{bs} + u_{cs} i_{cs}$$

$$i_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot i_{qd0}^r$$

$$u_{abc} = \mathbf{K}_s^{-1} \cdot u_{qd0}^r$$

$$p_i = \left( u_{qd0}^r \right)^t \left( \mathbf{K}_s^{-1} \right)^t \left[ \mathbf{K}_s \right]^{-1} i_{qd0}^r$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[ \left( u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right) + 2u_0 i_0 \right]$$

$$p_i = \frac{3}{2} \left[ u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right] \quad \text{- Nultih komponenti nema u uravnoteženom sistemu napona i struja.}$$



# Izraz za snagu i elektromagnetni moment

-Elektromagnetni moment je najvažnija izlazna veličina koja određuje mehaničku dinamiku mašine, kao što je pozicija rotora i brzina. Određuje se na osnovu izraza za mehaničku (izlaznu) snagu. Dakle, izlazna snaga je razlika između ulazne snage i gubitaka snage u stacionarnom stanju.

- Na osnovu ovih zaključaka, elektromagnetni moment je izveden na sledeći način:

$$U = [R]i + [L]pi + [G]\omega_r i$$

$$p_i = i^t U = i^t [R]i + i^t [L]pi + i^t [G]\omega_r i$$

Gde je:

[R] – *matrica otpornosti*

[L] – matrica koja se sastoji od induktivnosti koje se diferenciraju sa operatorom  $p$

[G] - matrica čiji su elementi koeficijenti koji idu uz električnu brzinu rotora,  $\omega_r$

- Prvi član u izrazu za snagu predstavlja električne gubitke u statoru i rotoru, drugi promenu magnetne energije u sprežnom polju, a treći član predstavlja snagu obrtnog polja.

- Prema tome, važi da je:

$$\omega_m m_e = P_m = i^t [G] i \omega_r = i^t [G] i P \omega_m$$

$$m_e = P i^t [G] i$$

-  $P$  je broj pari polova. Zamenjujući vrednosti iz matrice  $G$ , dobija se:

$$p_i = \frac{3}{2} \left[ u_{qs}^r i_{qs}^r + u_{ds}^r i_{ds}^r \right]$$

$$= \frac{3}{2} \left[ R_s \left[ \left( i_{qs}^r \right)^2 + \left( i_{ds}^r \right)^2 \right] + \left\{ L_q i_{qs}^r p i_{qs}^r + L_d i_{ds}^r p i_{ds}^r \right\} + \omega_r \left\{ \psi_{af} + \left( L_d - L_q \right) i_{ds}^r \right\} i_{qs}^r \right]$$

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} + \left( L_d - L_q \right) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r \text{ (Nm)}$$

# Izraz za moment u karakterističnim slučajevima – statičke karakteristike

- Ako su struje statora PMSM-a definisane sledećim izrazima,

$$\begin{aligned} I_{qs} &= I_m \sin(\omega_r t + \delta) \\ I_{ds} &= I_m \cos(\omega_r t + \delta) \end{aligned}$$

gde je  $I_m$  amplituda struje statora i maksimalna vrednost struje u  $d$  i  $q$  osi, a ugao  $\delta$  je ugao momenta (ugao između ose permanentnih magneta i fazora struje statora).  
Primenom transformacije pomoću matrice  $K$ , struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor postaju:

$$\begin{aligned} I_{qs}^r &= I_m \sin \delta \\ I_{ds}^r &= I_m \cos \delta \end{aligned}$$

- Zamenom  $q$  i  $d$  komponente struje statora iz referentnog sistema vezanog za rotor u izraz za moment, dobija se:

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} I_m \sin \delta + \frac{1}{2} (L_d - L_q) I_m^2 \sin 2\delta \right] (\text{Nm})$$

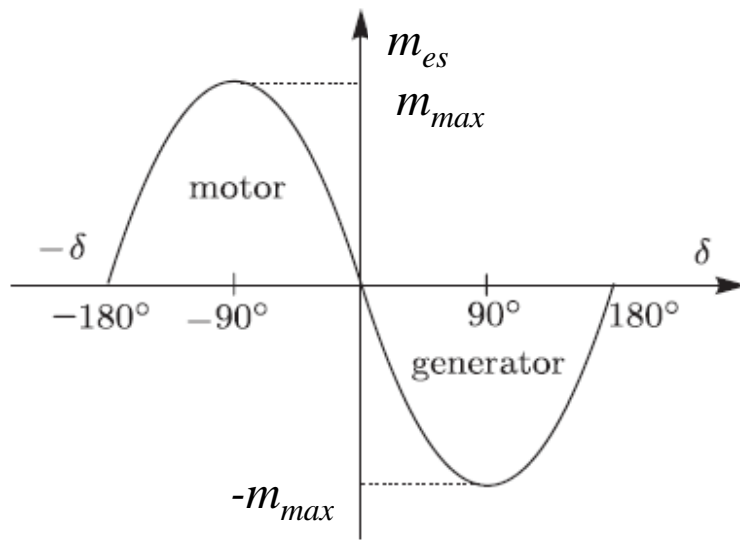
# Zavisnost momenta PMSM-a od $\delta$ ugla momenta (snage) statička karakteristika

- Treba zapaziti da moment ima dve komponente:

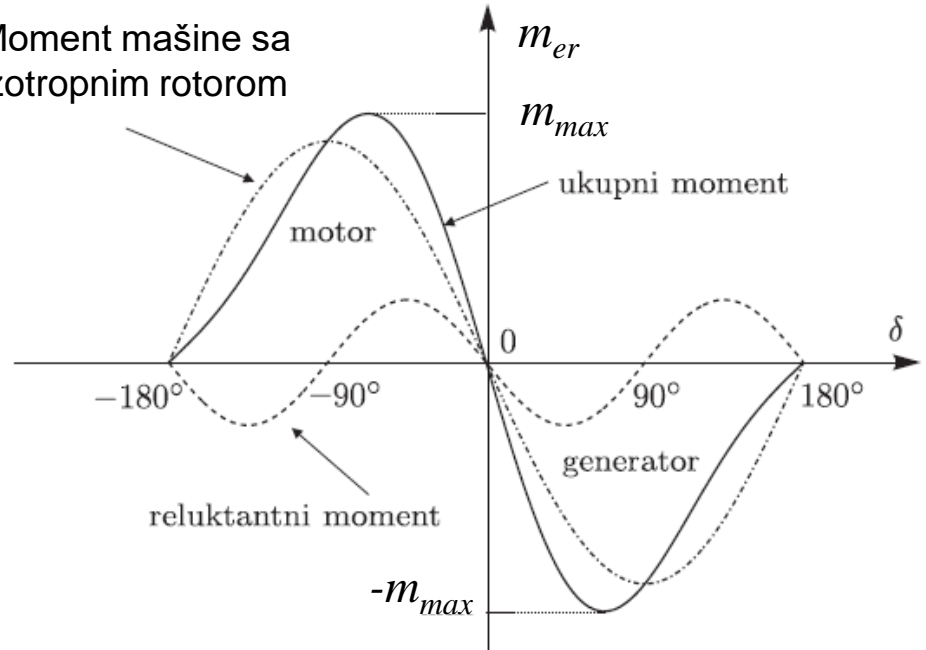
- sinhroni moment  $m_{es}$  (prva komponenta koja predstavlja proizvod fluksa rotora i  $q$  komponente struje statora u referentnom sistemu vezanom za rotor)
- reluktantni moment  $m_{er}$  (druga komponenta, posledica anizotropnosti rotora)

$$m_{es} = \frac{3P}{2} \psi_{af} I_m \sin \delta$$

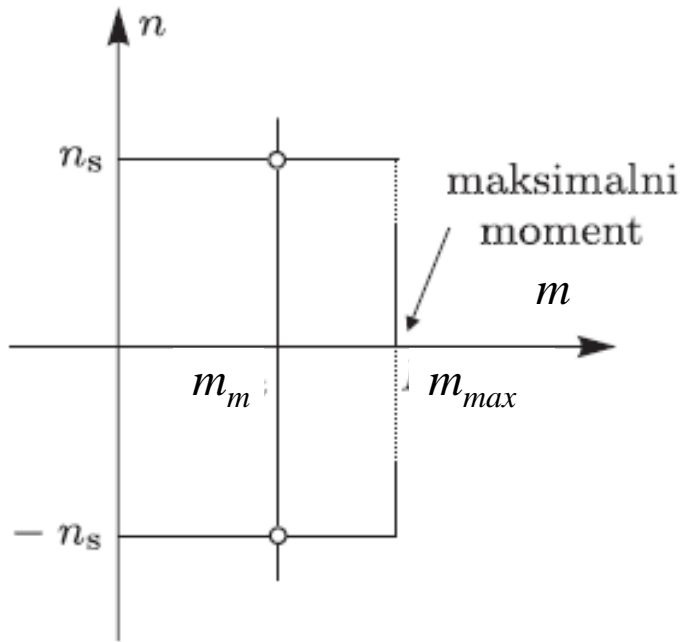
$$m_{er} = \frac{3P}{2} \left[ \frac{1}{2} (L_d - L_q) \right] I_m^2 \sin 2\delta$$



Moment mašine sa  
izotropnim rotorom



# Izraz za moment preko flukseva statora



Mehanička karakteristika sinhronne mašine

$$\psi_{ds}^r = \psi_{af} + L_d i_{ds}^r$$

$$\psi_{qs}^r = L_q i_{qs}^r$$

- Izražavanjem struja preko flukseva i zamenom u izraz za momenat

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} + (L_d - L_q) i_{ds}^r \right] i_{qs}^r$$

$$m_e = \frac{3P}{2} \frac{1}{L_q} \left[ \rho \psi_{af} + (1 - \rho) \psi_{ds}^r \right] \psi_{qs}^r =$$

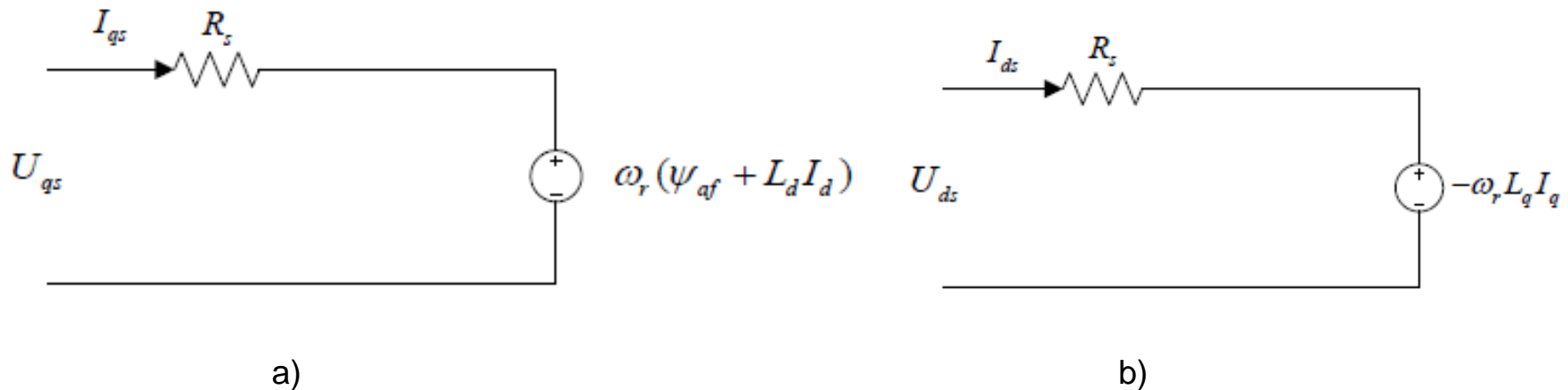
$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right]$$

$$\rho = \frac{L_q}{L_d} \quad \rho - \text{koeficijent anizotropnosti}$$

# EKVIVALENTNE ŠEME ZA PMSM

- Stacionarna radna stanja sinhronog motora, analiziraju se pomoću ekvivalentnih šema, fazorskih dijagrama i mehaničkih karakteristika. Stacionarna stanja se dobijaju kada se svi izvodi promenljivih u dinamičkom modelu izjednače sa 0.

$$\begin{bmatrix} u_{qs}^r \\ u_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{af} \omega_r \\ 0 \end{bmatrix}$$



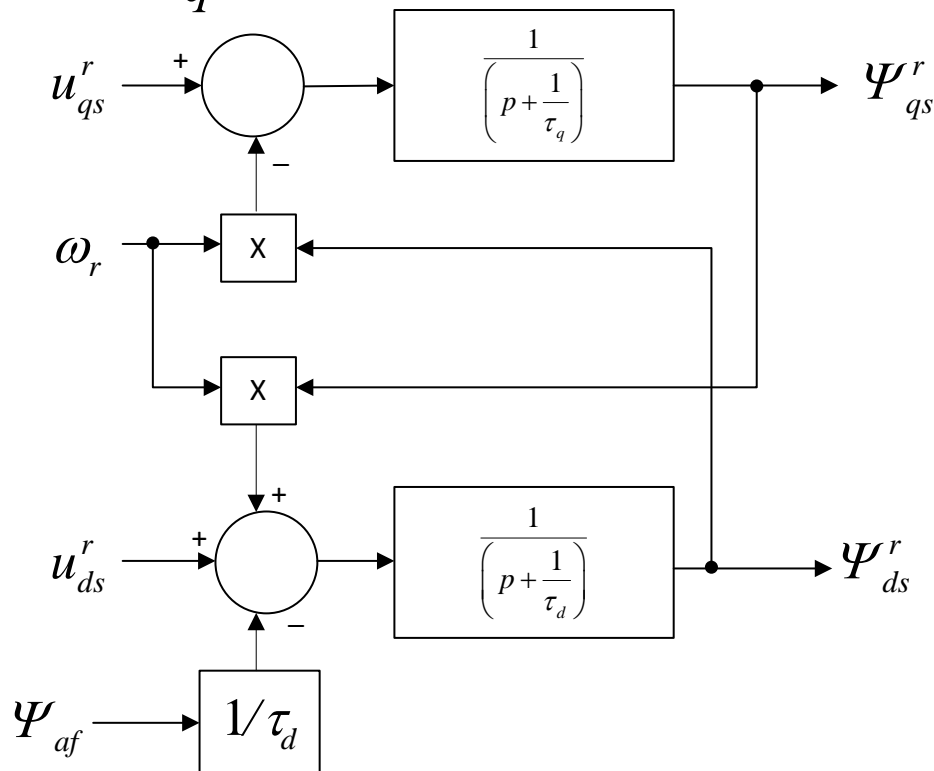
Ekvivalentne šeme sinhronog motora sa PM-a, bez uvažavanja gubitaka u gvožđu statora: a) ekvivalentna šema po q osi, b) ekvivalentna šema po d-osi

# Blok dijagram na osnovu dinamičkog modela PMSM preko flukseva

$$u_{ds}^r = \frac{R_s}{L_d} (\psi_{ds}^r - \psi_{af}) + p\psi_{ds}^r - \omega_r \psi_{qs}^r$$

$$u_{qs}^r = \frac{R_s}{L_q} \psi_{qs}^r + p\psi_{qs}^r + \omega_r \psi_{ds}^r$$

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_s}, \quad \tau_d = \frac{L_d}{R_s}, \quad p = \frac{d}{dt}$$



$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{ds}^r i_{qs}^r - \psi_{qs}^r i_{ds}^r \right]$$

- Gde se struje određuju iz:

$$\psi_{ds}^r = \psi_{af} + L_d i_{ds}^r$$

$$\psi_{qs}^r = L_q i_{qs}^r$$

# Model PMSM u normalizovanom domenu

- Osnovne bazne veličine:

$$U_b = \sqrt{2}U_{nf}$$

$$I_b = \sqrt{2}I_{nf}$$

$$P_b = 3U_{nf}I_{nf} = \frac{3}{2}U_bI_b$$

$$\omega_b = 2\pi f_b, \quad f_b = f_n$$

- Izvedene bazne veličine:

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b}, \quad L_b = \frac{\psi_b}{I_b}$$

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b}$$

$$M_b = \frac{P_b}{\omega_b} = \frac{3P}{2} \frac{U_b I_b}{\omega_b} = \frac{3P}{2} \psi_b I_b$$

- Ako definišemo vrednosti u normalizovanom domenu na sledeći način:

$$R_{s*} = \frac{R_s}{Z_b} [\text{p.u.}], \quad L_{q*} = \frac{L_q}{L_b} [\text{p.u.}], \quad L_{d*} = \frac{L_d}{L_b} [\text{p.u.}], \quad \omega_{r*} = \frac{\omega_r}{\omega_b} [\text{p.u.}]$$

$$i_{qs*}^r = \frac{i_{qs}^r}{I_b} [\text{p.u.}], \quad i_{ds*}^r = \frac{i_{ds}^r}{I_b} [\text{p.u.}], \quad u_{qs*}^r = \frac{u_{qs}^r}{U_b} [\text{p.u.}], \quad u_{ds*}^r = \frac{u_{ds}^r}{U_b} [\text{p.u.}]$$



## Model PMSM u normalizovanom domenu

- Model PMSM u normalizovanom domenu je:

[N]:

$$u_{qs}^r = \left( R_s^* + \frac{L_q^*}{\omega_b} p \right) i_{qs}^r + \omega_r^* \left( L_d^* i_{ds}^r + \psi_{af}^* \right) [\text{p.u.}]$$

$$u_{ds}^r = -\omega_r^* L_q^* i_{ds}^r + \left( R_s^* + \frac{L_d^*}{\omega_b} p \right) i_{ds}^r [\text{p.u.}]$$

$$m_e^* = \frac{m_e}{M_b} = i_{qs}^r \left[ \psi_{af}^* - \left( L_d^* - L_q^* \right) i_{ds}^r \right] [\text{p.u.}]$$



## Kočenje pogona sa PMSM

- a) Pogon sa PMSM radi u I kvadrantu, tj. PMSM pokreće električno vozilo na uzbrdici (radna tačka M); vozilo stigne na vrh uzbrdice i krene da se spušta niz nizbrdicu – smer obrtanja motora je isti, a radna tačka iz I kvadranta (M) prelazi u II kvadrant (radna tačka V), na ABC karakteristici c).
- b) Pogon sa PMSM radi u I kvadrantu, tj. PMSM pokreće lift naviše (radna tačka M); lift stigne do zadatog sprata i zatim dobije komandu da se spušta na niži sprat – smer obrtanja motora se menja, a radna tačka iz I kvadranta (M) prelazi u IV kvadrant (radna tačka L), na ACB karakteristici c).

- U oba slučaja PMSM iz motornog prelazi u generatorski režim rada, tako da se mehanička snaga (snaga preuzeta iz mehaničkog podsistema PMSM) pretvara u električnu u procesu kočenja ( $P_m$  i  $P_{el}$  menjaju znak u negativan) i frekventni pretvarač treba da preuzme energiju kočenja i da je prenese u mrežu kao snagu rekuperacije  $P_r$ , ukoliko to omogućava ulazna jedinica pretvarača, u suprotnom energija će se disipirati na dodatnom otporu za kočenje  $R_k$ . Na ovaj način se sprečava da napon na kondenzatoru u jednosmernom međukolu ne poraste iznad dozvoljene vrednosti, što bi moglo da izazove kvar frekventnog pretvarača.

# Strategije upravljanja PMSM: Vektorsko upravljanje

- Izvodi se iz dinamičkog modela PMSM, polazeći od faznih struja statora:

$$\begin{aligned}i_{as} &= i_s \sin(\omega_r t + \delta) \\i_{bs} &= i_s \sin\left(\omega_r t + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) \\i_{cs} &= i_s \sin\left(\omega_r t + \delta + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

Gde je

$\omega_r$  – električna brzina rotora (kružna učestanost rotora)

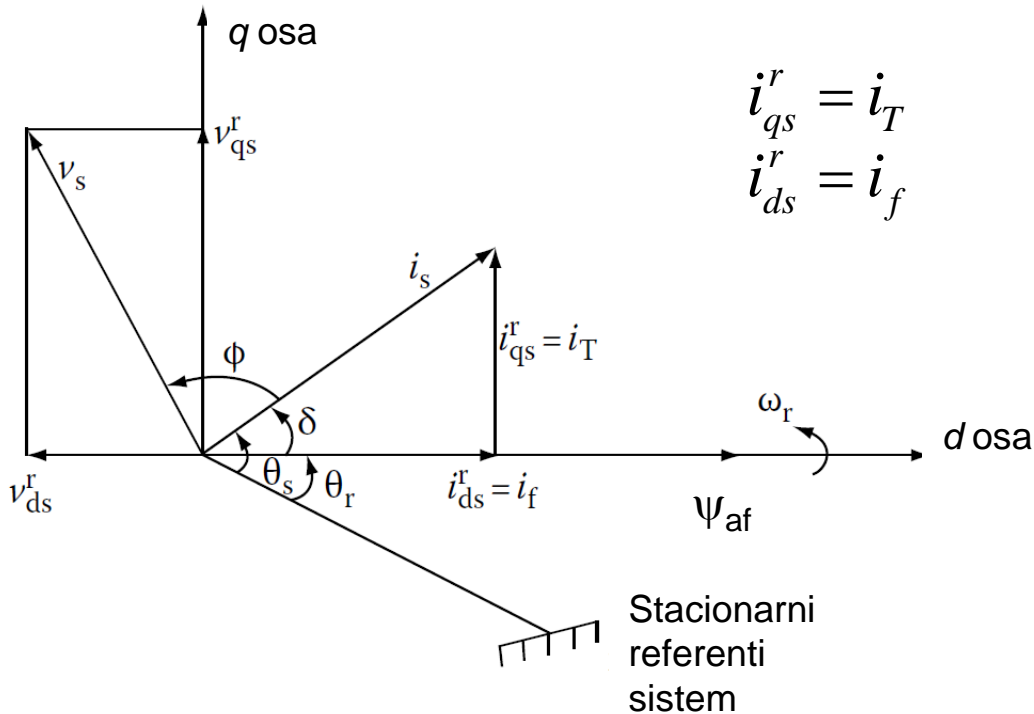
$\delta$  – ugao između fluksa rotora i fazora struje statora (ugao momenta)

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega_r t & \cos\left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \omega_r t & \sin\left(\omega_r t - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\omega_r t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}$$

# Vektorsko upravljanje

- Zamenjujući izraze za struje statora u prethodni izraz, dobija se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} = i_s \cdot \begin{bmatrix} \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix}$$



$i_T$  - Komponenta statorske struje koja je proporcionala momentu  
 $i_f$  - Komponenta statorske struje koja je proporcionala fluksu

Fazorski dijagram PMSM

# Izraz za moment i rezultatni fluks

- Polazeći od izraza za moment PMSM:

$$m_e = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} i_{qs}^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r i_{qs}^r \right] (\text{Nm})$$

- Ako je  $i_{ds}^r = 0 \Rightarrow \delta = 90^\circ$ , onda PMSM ima potpuno analogno ponašanje motoru jednosmerne struje sa nezavisnom pobudom.

$$m_e = \frac{3P}{2} \psi_{af} i_{qs}^r = K_1 \psi_{af} i_{qs}^r, \quad K_1 = \frac{3P}{2}$$

- Izraz za rezultatni fluks u zazoru mašine, koji predstavlja zbir fluksa statora i fluksa rotora, glasi:

$$\psi_m = \sqrt{\left( \psi_{af} + L_d i_{ds}^r \right)^2 + \left( L_q i_{qs}^r \right)^2} = \sqrt{\psi_{ds}^2 + \psi_{qs}^2}$$

-Ovaj izraz je vrlo bitan ukoliko je potrebno da PMSM radi u oblasti slabljenja polja.

- Ukoliko je  $\delta > 90^\circ \Rightarrow i_{ds}^r < 0$ , pa rezultatni fluks u zazoru mašine opada, što predstavlja osnovu za realizaciju rada PMSM u oblasti slabljenja polja.

-Ukoliko je  $\delta < 0 \Rightarrow i_{qs}^r < 0$ , za usvojeni pozitivan smer obrtanja rotora, mašina će da radi u generatorskom režimu rada (negativan znak snage).

## Glavni zaključci

1. Isključivo promenom ugla momenta  $\delta$ , ili amplitude statorske struje, ostvaruje se upravljanje momentom PMSM (na osnovu izraza za momenat).
2. Promena kružne učestanosti fazora statorske struje određuje promenu brzine obrtanja rotora ( $\omega_r$  el. rad/s).
3. Dokazano je da je PMSM u upravljačkom smislu analogna jednosmernoj mašini sa nezavisnom pobudom. Ovo je postignuto određivanjem struje ekvivalentne pobudnoj struji i struje ekvivalentne struji indukta MJS sa NP, tj. struja  $i_f$  i  $i_T$  (komponenta struje statora proporcionalana fluksu i komponenta struje statora proporcionalana momentu).

# Realizacija vektorskog upravljanja

- Ako su zadate referentne vrednosti za moment i fluks na ulazu u upravljački deo pogona sa PMSM, referentne vrednosti za  $i_s^*$  i  $\delta^*$  se dobijaju iz poznatih izraza:

$$m_e^* = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} i_s^* \sin \delta^* + \frac{1}{2} (L_d - L_q) (i_s^*)^2 \sin 2\delta^* \right] (\text{Nm})$$

$$\psi_m^* = \sqrt{\left( \psi_{af} + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left( L_q i_s^* \sin \delta^* \right)^2}$$

- Razmotrimo slučaj SPMSM, kada je  $L_d=L_q$ , onda važi:

$$m_e^* = \frac{3P}{2} \left[ \psi_{af} i_s^* \sin \delta^* \right] (\text{Nm})$$

$$\psi_m^* = \sqrt{\left( \psi_{af} + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left( L_q i_s^* \sin \delta^* \right)^2} = \sqrt{\left( \psi_{af} + L_d i_s^* \cos \delta^* \right)^2 + \left( L_d i_s^* \sin \delta^* \right)^2}$$
$$\sqrt{\left( \psi_{af}^2 + \left( L_d i_s^* \right)^2 + 2 \left( \psi_{af} L_d i_s^* \cos \delta^* \right) \right)}$$



*Korak 1: Određuje se vrednost struje statora proporcionalne fluksu:*

$$i_s^* \cos \delta = \frac{\left[ \sqrt{\left(\psi_m^*\right)^2 - L_d^2 \frac{\left(m_e^*\right)^2}{\left(\frac{3P}{2} \psi_{af}\right)^2}} - \psi_{af} \right]}{L_d}$$

*Korak 2: Određuje se vrednost struje statora:*

$$i_s^* = \frac{\sqrt{\left(\psi_m^*\right)^2 - \psi_{af}^2 - 2\psi_{af} \left(i_s^* \cos \delta^*\right)}}{L_d}$$

*Korak 3: Na osnovu prethodnih koraka određuje se vrednost ugla  $\delta$ , a zatim:*

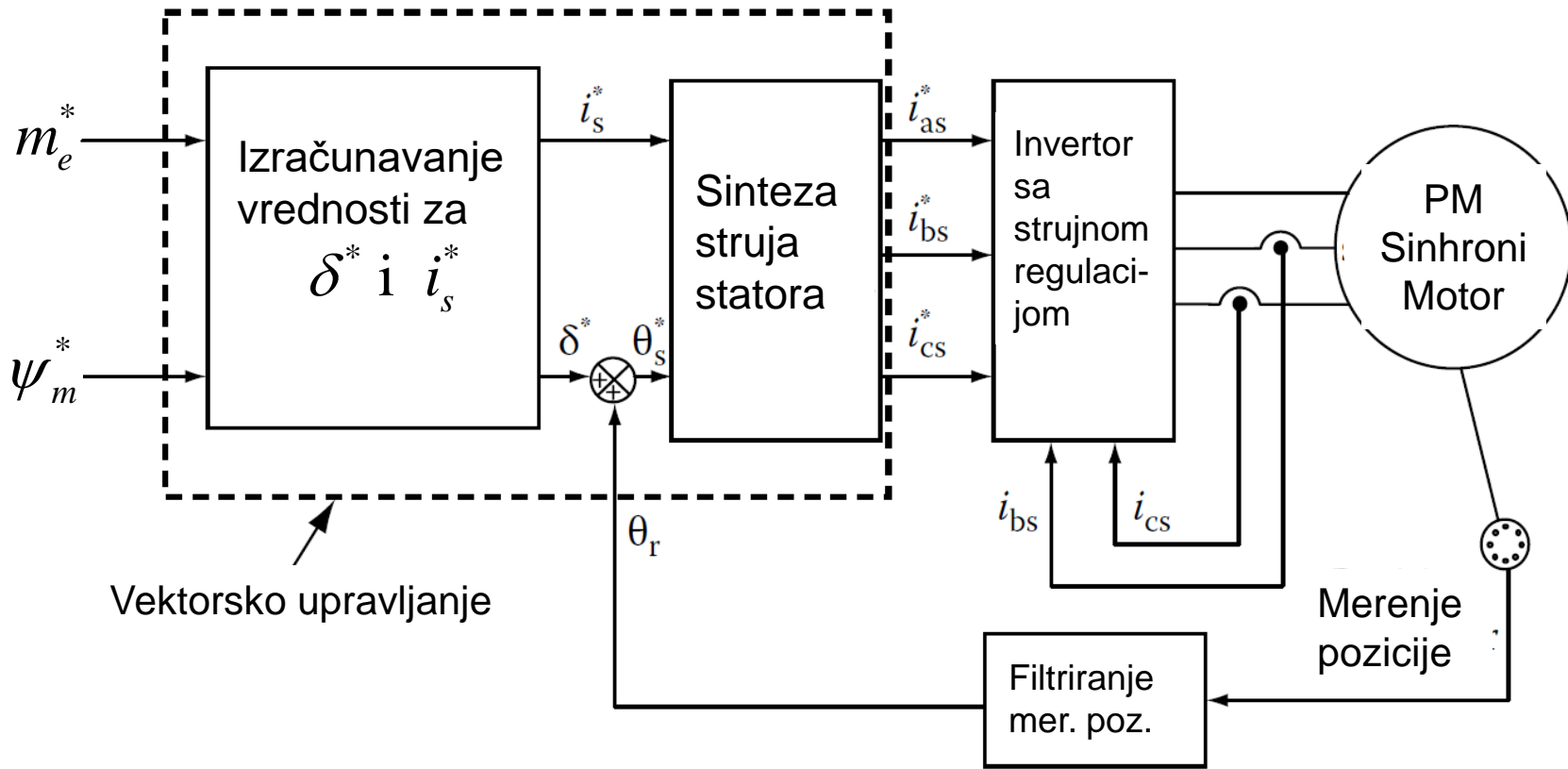
$$\begin{bmatrix} i_T^* \\ i_f^* \end{bmatrix} = i_s^* \begin{bmatrix} \sin \delta^* \\ \cos \delta^* \end{bmatrix}$$

*Korak 4:* Određivanje referentne vrednosti za fazni stav struje statora u stacionarnom ref. sistemu (pozicija rotora se meri):

$$\theta_s^* = \theta_r + \delta^* = \omega_r t + \delta^*$$

*Korak 5:* Određivanje referentnih vrednosti za fazne struje statora:

$$\begin{bmatrix} i_{as}^* \\ i_{bs}^* \\ i_{cs}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ \cos \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_T^* \\ i_f^* \end{bmatrix} = i_s^* \begin{bmatrix} \sin \left( \theta_r + \delta^* \right) \\ \sin \left( \theta_r + \delta^* - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \left( \theta_r + \delta^* + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix}$$



Blok dijagram vektorski upravljano pogona sa PMSM: upravljanje po momentu

# Literatura:

- [1] Ramu Krishnan, "Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Drives", CRC Press, Sept 2009, ISBN 9780824753849
- [2] Marko Gecić, "Energetski efikasno digitalno upravljanje sinhronim motorom sa stalnim magnetima ri velikim brzinama obrtanja", doktorska disertacija, FTN u Novom Sadu, 2016.god
- [3] Darko Marčetić, Petar Matic, "Digitalno regulisani elektromotorni pogoni", ETF Banja Luka i Akademska misao Beograd, ISBN 978-99955-46-41-0, 2020.god